هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

## التمرين الأول :

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $U_n=\sum_{k=1}^{k=n}\frac{1}{k^2}$

أثبت أن : $\frac{1}{k^2}<\frac{1}{(k-1)}-\frac{1}{k}$ لكل $n$ من $\mathbb{N}^*$ وأثبت أن $(\forall n\in\mathbb{N}^*):U_n<2$

## التمرين الثاني :

$(U_n)_{n\geq 2}$ متتالية عددية و بحيث : $U_n=\sum_{k=2}^{k=n}\frac{1}{k^2-1}$

1) أحسب $U_2$ ; $U_3$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\geq 2}$

3) تحقق أن $\frac{1}{k^2-1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k-1}-\frac{1}{k+1}\right)$ ثم استنتج أن $(U_n)_{n\geq 2}$ متتالية مكبورة

## التمرين الثالث :

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بما يلي : $U_n=\frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{k=1}^{k=n}\frac{1}{\sqrt{k}}$

1) حدد $U_1$ و $U_2$ و بين أن $U_2>U_1$

2) أ- بين أن $\frac{1}{\sqrt{k+1}}\leq 2\left(\sqrt{k+1}-\sqrt{k}\right)$ لكل عدد $k$ طبيعي غير منعدم

ب- استنتج أن $(U_n)_{n\geq 1}$ مكبورة بالعدد 2

## التمارين الرابع :

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $U_0=3$ و $U_{n+1}=3-\frac{9}{4U_n}$

1) بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\ \ U_n>\frac{3}{2}$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$

أ- نضع $V_n=\frac{2}{2U_n-3}$ أ- بين أن: $(V_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية

ب- بين أن $U_n=\frac{3}{2}\left(\frac{n+2}{n+1}\right)$

## التمرين الخامس :

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $U_0=\frac{4}{3}$ و $U_{n+1}=\frac{6U_n-3}{2U_n+1}$

1- بين أن: $(\forall n\in\mathbb{N}):1<U_n<\frac{3}{2}$ ( لاحظ أن $U_{n+1}=3-\frac{6}{2U_n+1}$ )

2- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

3- نضع $V_n=\frac{2U_n-3}{U_n-1}$ . بين أن $(V_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أحسب $U_n$ بدلالة n

## التمرين السادس :

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $U_0=\frac{1}{2}$ و $U_{n+1}=\frac{2U_n^2}{1+U_n^3}$

1) بين أن $(\forall n\in\mathbb{N}):\ 0<U_n\leq\frac{1}{2}$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

3) بين أن $U_{n+1}\le\frac{8}{9}U_n$ و استنتج أن $U_n\le\frac{1}{2}\left(\frac{8}{9}\right)^n$

## التمرين السابع :

$(U_n)_{n\ge1}$ متتالية عددية معرفة بما يلي : $U_1=1$ و $U_{n+1}=\frac{4n-2}{n+1}+\frac{3n}{n+1}U_n$

1) بين أن $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad U_n>-2$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\ge1}$

3) نضع $V_n=n(2+U_n)$ أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية محددا أساسها و أحسب $U_n$ بدلالة n

ب- أحسب الجمع $S_n=\sum_{k=1}^{k=n}kU_k$

## التمرين الثامن :

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة بما يلي : $\begin{cases}U_0=3\quad;\quad U_1=3\\U_{n+2}=\frac{4}{3}U_{n+1}-\frac{4}{9}U_n\end{cases}$

1) أحسب $U_2$ ; $U_3$

2) نضع $V_n=U_{n+1}-\frac{2}{3}U_n$ بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية و حدد أساسها و أحسب $V_n$ بدلالة n

3) استنتج أن $U_{n+1}=\frac{2}{3}U_n+\left(\frac{2}{3}\right)^n$

4) نضع $W_n=\left(\frac{3}{2}\right)^nV_n$

أ- بين أن $(W_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية محددا أساسها $r$

ب- استنتج أن $U_n=\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}(n+2)$

## التمرين التاسع :

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية بحيث $S_n=U_0+U_1+.....+U_{n-1}=\frac{2n^2+n}{2}$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

أحسب $U_0$ ; $U_1$ $n$ ثم بين أن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية و حدد $U_n$ بدلالة $n$

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها $r\neq0$ و $U_0=4$ و بحيث $U_1$ ; $U_4$ ; $U_{12}$ حدود متتابعة لمتتالية هندسية

بين أن $r=5$ و أحسب الجمع $U_0+U_1+.....+U_{12}$ أو أحسب $U_0+U_1+.....+U_{n-1}$

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها $r$ موجب و بحيث : $\begin{cases}U_0+U_1+U_2=15\\U_0^2+U_1^2+U_2^2=107\end{cases}$

بين أن $U_1=5$ و استنتج أن $r=4$ ثم أحسب الجمع $U_0+U_1+.....+U_n$

لتكن $(V_n)_n$ متتالية هندسية بحيث : $\begin{cases}V_0V_1V_2=27\\V_0+V_1+V_2=13\end{cases}$ بين أن $V_1=3$ و استنتج أن $q=3$ أو $q=\frac{1}{3}$

أحسب في كل حالة الجمع $V_0+V_1+.....+V_{n-1}$

## التمرين العاشر :

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة بما يلي : $U_0=1$ ; $U_{n+1}=2U_n-\frac{1}{2}n+\frac{1}{2}$ و نضع $V_n=2U_n-n$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

1) أحسب $U_1$ و بين بالترجع أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n \geq \frac{n}{2}$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

3) بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية محددا أساسها

4) أ- بين أن $U_n = 2^n + \frac{1}{2}n$

ب- بين أن $U_0 + U_1 + ..... + U_{n-1} = 2^n - 1 + \frac{n(n-1)}{4}$

## التمرين الحادي عشر :

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0 = \frac{1}{3}$ و $U_{n+1} = \frac{2U_n}{1+(n+2)U_n}$

1) أحسب $U_1$

2) نضع $V_n = \frac{1}{U_n} - n$

أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية محددا أساسها

ب- أحسب $U_n$ بدلالة $n$

3) احسب بدلالة $n$ الجمع : $T_n = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + ..... + \frac{1}{U_n}$

## التمرين الثاني عشر :

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0 = 0$ ، $U_1 = 1$ و $U_{n+2} = \frac{1}{6}U_{n+1} + \frac{1}{6}U_n$

1) نضع $V_n = U_{n+1} - \frac{1}{2}U_n$ و $W_n = U_{n+1} + \frac{1}{3}U_n$

أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية و أحسب $V_n$ بدلالة $n$

ب- بين أن $(W_n)_n$ متتالية هندسية و أحسب $W_n$ بدلالة $n$

2) استنتج مما سبق الحد العام $U_n$ بدلالة $n$

## التمرين الثالث عشر :

نعتبر المتتاليتين $(U_n)_{n\geq 1}$ و $(V_n)_{n\geq 1}$ المعرفتين بما يلي : $U_n = \sum_{k=1}^{k=2n} \frac{(-1)^k}{k}$ و $V_n = \sum_{k=1}^{k=2n+1} \frac{(-1)^k}{k}$

1) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad V_n < U_n$

2) بين أن المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$ تناقصية و أن المتتالية $(V_n)_{n\geq 1}$ تزايدية

## التمرين الرابع عشر :

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة بما يلي : $U_0 = \frac{1}{2}$ و $U_{n+1} = \sqrt{1 + \frac{3}{2}U_n}$

1) أحسب $U_1$ و بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 0 < U_n < 2$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3) أ- بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad |U_{n+1} - 2| \leq \frac{3}{5}|U_n - 2|$

ب- استنتج أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad |U_n - 2| \leq \frac{3}{2}\left(\frac{3}{5}\right)^n$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma