

تمرين رقم 1 :

بين أن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية محدودة.

$$U_n = \frac{5n+1}{2n+3} \quad -1 \quad \left(m = \frac{1}{3}; M = \frac{5}{3} \right)$$

$$U_n = \frac{3^n - 2^n}{3^n + 2^n} \quad -2 \quad (n=0; M=1)$$

$$\left(m = 1; M = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right) \begin{cases} U_0 = 1 \\ (\forall n \in \mathbb{N}) : U_{n+1} = \sqrt{1+U_n} \end{cases} \quad -3$$

تمرين رقم 2 :

أدرس رتبة المتتاليات التالية:

$$u_n = \frac{4n-1}{3n+2} \quad (\forall n \in \mathbb{N}) \quad -1$$

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ (\forall n \in \mathbb{N}) : U_{n+1} = \frac{4U_n+1}{3U_n+2} \end{cases} \quad -2$$

$$\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = 2 - \frac{1}{U_n} \quad (n \in \mathbb{N}) \end{cases} \quad -3$$

نضع $V_n = \frac{1}{1-U_n}$ بين أن $(V_n)_{n \geq 0}$ حسابية ثم استنتج U_n بدلالة n .

تمرين رقم 3 :

-1 $(U_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية، أحسب العد العام في الحالات التالية :

$$\begin{cases} U_0 - U_4 = 6 \\ 2U_0 + U_4 = 3 \end{cases} \quad \text{أ}$$

$$\begin{cases} U_1 + U_2 = 7 \\ U_4 - U_9 = -1 \end{cases} \quad \text{ب}$$

-2 نضع $W_n = V_n^2$ بين $\begin{cases} U_0 = 1 \\ (\forall n \geq 0) : V_{n+1} = \sqrt{1+V_n^2} \end{cases}$ أن (W_n) حسابية واستنتج V_n بدلالة n .

تمرين رقم 4 :

$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ (\forall n \in \mathbb{N}) : U_{n+1} = \frac{9U_n}{3+4U_n} \end{cases} \quad -1$$

أ/ بين أن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية محدودة.

$$V_n = \frac{2U_n-3}{U_n} \quad \text{ب/ نضع لكل } n \text{ من } \mathbb{N} :$$

بين أن (V_n) هندسية محددا أساسها.

ج/ استنتج V_n و U_n بدلالة n

-2 نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n \geq 0}$ حيث :

$$\begin{cases} U_0 = 1, U_1 = 2 \\ (\forall n \in \mathbb{N}) : U_{n+2} = \frac{3}{2}U_{n+1} + U_n \end{cases}$$

• بين أن $(U_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية ثم حدد حدها

$$\text{العام } U_n. \text{ اعتبر } \left(V_n = \frac{U_{n+1}}{2^{n+1}} - \frac{U_n}{2^n} \right)$$

$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ (\forall n \in \mathbb{N}) : U_{n+1} = 2U_n - 3 \end{cases} \quad -3 \quad \text{نضع } V_n = 3 - U_n$$

هل (V_n) هندسية ؟ استنتج U_n بدلالة n

$$\begin{cases} U_0 = 0, U_1 = 1 \\ (\forall n \in \mathbb{N}) : U_{n+2} = \frac{U_n + U_{n+1}}{2} \end{cases} \quad -4$$

نضع $V_n = U_n + h$ حيث h عدد حقيقي ثابت.

-1 كيف يمكن اختيار قيمة h لكي تكون (V_n) هندسية؟

-2 استنتج U_n بدلالة n .

