

01

لتكن  $u_n$  و  $v_n$  متتاليتين معرفتين بما يلي : لكل  $n \in \mathbb{N}$  :  $u_n = \frac{1}{4}(2^n + 4n - 5)$  و  $v_n = \frac{1}{4}(2^n - 4n + 5)$  .

1. أحسب  $u_0$  و  $u_1$  و  $v_0$  و  $v_1$  .

2. نضع :  $a_n = u_n + v_n$  .

أ- بين أن المتتالية  $a_n$  هندسية و أساسها 2 . ب- أحسب المجموع :  $S_1 = \sum_{i=0}^{i=n} a_i = a_0 + a_1 + \dots + a_n$  .

3. نضع :  $b_n = u_n - v_n$  .

أ- بين أن المتتالية  $b_n$  حسابية و أساسها 2 . أحسب المجموع :  $S_2 = \sum_{i=0}^{i=n} b_i = b_0 + b_1 + \dots + b_n$  .

4. استنتج المجموع :  $S_3 = \sum_{i=0}^{i=n} u_i = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  و  $S_4 = \sum_{i=0}^{i=n} v_i = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  .

02

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة كما يلي :  $u_0 = 1$  و  $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \frac{2u_n}{3 + \sqrt{u_n}}$  .

1. أحسب :  $u_1$  و  $u_2$  . ب- بين أن :  $u_n > 0$  :  $\forall n \geq 0$  .

2. بين أن :  $u_n$  تناقصية .

3. أ- بين أن :  $u_n \leq \frac{2}{3} u_{n+1}$  :  $\forall n \geq 0$  . ب- استنتج أن :  $0 < u_n \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$  :  $\forall n \geq 0$  .

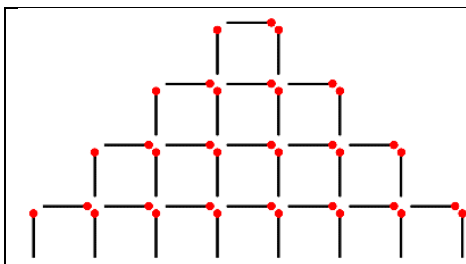
03

نعتبر المتتالية العددية  $u_n$  المعرفة ب :  $u_0 = 3$  و  $u_{n+1} = \frac{2}{1 + u_n}$  لكل  $n \in \mathbb{N}$  .

1. أ- أحسب  $u_1$  و  $u_2$  . ب- بين بالترجع :  $0 \leq u_n \leq 3$  :  $\forall n \in \mathbb{N}$  .

2. نعتبر المتتالية  $v_n$  المعرفة ب : لكل  $n \in \mathbb{N}$  :  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$  .

أ- أحسب  $v_0$  و  $v_1$  . ب- بين أن المتتالية  $v_n$  هندسية و أساسها  $-\frac{1}{2}$  . ج- أكتب  $u_n$  و  $v_n$  بدلالة  $n$  . د- أحسب  $u_{10}$  .



$u_1$

$u_2$

$u_3$

$u_4$

04

نستعمل عود الثقاب للإنشاء هرم كما يوضحه الشكل .

نرمز  $u_n$  عدد عود الثقاب الضرورية للإنشاء الطبقة رقم  $n$  .

1. ما هي طبيعة المتتاليات  $u_n$  محددا عناصرها المميزة .

2. ما هو عدد عود الثقاب الضرورية لإنشاء الهرم المتكون من 100 طباق ؟