

السنة 1 بكالوريا علوم رياضية	المتتاليات	سلسلة 2
تمرين 1 : نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي : $v_n = \frac{1}{u_n - 3} \text{ و } \begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{9}{6 - u_n} ; n \geq 0 \end{cases}$ 1) بين أن (v_n) متتالية حسابية محددًا أساسها وحدها الأول 2) استنتج حساب u_n بدلالة n 3) احسب $S = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$		
تمرين 2 : نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي : $v_n = u_{n+1} - u_n \text{ و } \begin{cases} u_0 = 1, u_1 = 4 \\ u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n ; n \geq 0 \end{cases}$ 1) بين أن (v_n) متتالية هندسية . 2) بين أن : $v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1} = u_n - u_0$ 3) استنتج الحد العام للمتتالية (u_n) 4) احسب $S = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2$		
تمرين 3 : نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1, v_0 = 7 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n + v_n}{3} ; v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} ; n \geq 0 \end{cases}$ 1) نعتبر المتتالية : $w_n = v_n - u_n$ أ) بين أن (w_n) متتالية هندسية محددًا أساسها ب) أوجد الحد العام للمتتالية (w_n) 2) نعتبر المتتالية : $t_n = 3u_n + 2v_n$ أ) بين أن (t_n) متتالية ثابتة . ب) أوجد الحد العام للمتتالية (t_n) 3) استنتج مما سبق تعبير كل من (u_n) و (v_n) بدلالة n .		
تمرين 4 : نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1, v_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3} ; v_{n+1} = \frac{u_n + 4v_n}{5} ; n \geq 0 \end{cases}$ و المتتاليتين : $w_n = v_n - u_n$ و $t_n = 3u_n + 10v_n$ 1) بين أن (w_n) متتالية هندسية ثم أوجد حدها العام . 2) بين أن (t_n) متتالية ثابتة ثم أوجد حدها العام . 3) أوجد الحد العام لكل من (u_n) و (v_n) .		

تمرين 5: ليكن a و b عددين حقيقيين حيث: $0 < a < b$

نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي:

$$\begin{cases} v_0 = b \\ v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}; n \geq 0 \end{cases} \text{ و } \begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = \frac{2u_n v_n}{u_n + v_n}; n \geq 0 \end{cases}$$

1) بين أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 < u_n < v_n$

2) ادرس رتابة (u_n) و (v_n)

3) بين أن: $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n v_n = ab$

4) استنتج أن: $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n < \sqrt{ab} < v_n$

5) نضع: $\forall n \in \mathbb{N} \quad w_n = v_n - u_n$.

أ) بين أن: $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 < w_{n+1} < \frac{1}{2} w_n$

ب) ثم استنتج أن: $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad 0 < w_n \leq (b-a) \left(\frac{1}{2}\right)^n$

6) نأخذ: $a=1$ و $b=2$ ، أوجد قيمة n لكي تكون u_n قيمة مقربة بتفريط و v_n قيمة مقربة بإفراط للعدد $\sqrt{2}$ إلى 10^{-4}