هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

السنة 1 بكالوريا علوم رياضية	الحساب المثلثـــي حل مقترح	سلسلة 1

تمرين 1 :

1) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ ، $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

أ) لدينا: $\cos 2\alpha = 2\cos^2(\alpha) - 1 = 2\frac{8+2\sqrt{12}}{16} - 1 = \frac{8+4\sqrt{3}}{8} - 1 = \frac{2+\sqrt{3}}{2} - 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ب) لدينا $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ إذن : $0 < 2\alpha < \pi$ ، وبما أن : $\cos 2\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن: $2\alpha = \frac{\pi}{6}$ منه: $\boxed{\alpha = \frac{\pi}{12}}$

2) $\tan = 2+\sqrt{3}$ ، $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

أ) لدينا: $\tan 2\alpha = \frac{2\tan}{1-\tan^2} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{1-(7+4\sqrt{3})} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{-6-4\sqrt{3}} = \frac{-(2+\sqrt{3})}{3+2\sqrt{3}} = \frac{-(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)} = \frac{-1}{\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{3}$

ب) لدينا $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ منه: $0 < 2\alpha < \pi$ و بما أن: $\tan 2\alpha = \frac{-\sqrt{3}}{3}$ فإن: $2\alpha = \frac{5\pi}{6}$ بالتالي: $\boxed{\alpha = \frac{5\pi}{12}}$

من الضروري حفظ النسب المثلثية للزوايا الخاصة : $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{\pi}{6}$ و $\frac{\pi}{4}$ وبقية النسب يمكنك استخراجها مستعملا الدائرة المثلثية

أو خاصيات الحساب المثلثي. فمثلا $\frac{-\sqrt{3}}{3} = -\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

تمرين 2 : $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ ، $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

نعلم أن: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ منه: $\sin^2\alpha + \frac{9}{25} = 1$ منه: $\sin^2\alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$

وبما أن: $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ فإن: $\sin\alpha > 0$ منه : $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ بالتالي : $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{5} = \frac{24}{25}$

$\cos 3\alpha = \cos(2\alpha+\alpha) = \cos 2\alpha.\cos\alpha - \sin 2\alpha.\sin\alpha = (2\cos^2\alpha - 1)\cos\alpha - \sin 2\alpha.\sin\alpha$

لدينا: $\cos 3\alpha = \left(\frac{18}{25} - 1\right)\times\frac{3}{5} - \frac{24}{25}\times\frac{4}{5} = \frac{-7}{25}\times\frac{3}{5} - \frac{96}{125} = \frac{-117}{125}$

لا يجب نسيان تطبيق الخاصية الأساسية للحساب المثلثي $\sin^2(\alpha)+\cos^2(\alpha)=1$ كلما دعت الحاجة لذلك.

تمرين 3 :

1) لدينا: $\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)^2 = \left(\sin\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\cos\frac{x}{2}\right)^2 + 2\left(\sin\frac{x}{2}\right).\left(\cos\frac{x}{2}\right) = 1+\sin\left(2\times\frac{x}{2}\right) = 1+\sin x$

2) لدينا: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ / k\in Z \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} - 1 = \frac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \tan^2 x$

3) لدينا: $\cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^2 x - \sin^2 x)$

بالتالي: $\cos^4 x - \sin^4 x = 1\times(\cos x\cos x - \sin x\sin x)$

$\cos^4 x - \sin^4 x = \cos(x+x) = \cos(2x)$

$\forall x\in IR \quad \cos^4 x = \cos 2x + \sin^4 x$

4) لدينا:

$A = \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x.\cos^2 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3 + +3\sin^2 x.\cos^2 x$

$A = (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^4 x - \sin^2 x.\cos^2 x + \cos^4 x) + 3\sin^2 x.\cos^2 x$

$A = \sin^4 x + 2\sin^2 x.\cos^2 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 = 1$

تمرين 4 : $\begin{cases}\sin x + \cos y = \sqrt{2}\\ \sin^2 x + \cos^2 y = 1\end{cases}$ ، $(x,y)\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]^2$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

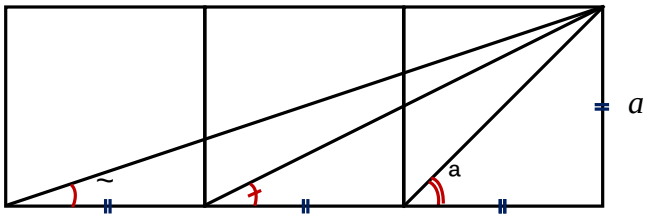
1 لدينا :

$$\left(\cos y-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\sin x-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\cos^2 y-\sqrt{2}\cos y+\frac{1}{2}+\cos^2 x-\sqrt{2}\cos x+\frac{1}{2}$$

$$\left(\cos y-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\sin x-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\cos^2 y+\cos^2 x-\sqrt{2}(\cos y+\cos x)+1=1-2+1=0$$

2 من السؤال السابق نستنتج أن : $\cos y=\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ، و بما أن $(x,y)\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]^2$ فإن : $x=y=\frac{\pi}{4}$

تمرين 5 :



1 لدينا: $\tan\alpha=\frac{a}{3a}=\frac{1}{3}$ و $\tan\beta=\frac{a}{2a}=\frac{1}{2}$

2 لدينا : $\tan\gamma=\frac{a}{a}=1$ و

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}=\frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}}=1$$

منه: $\tan(\alpha+\beta)=1$

ولدينا : $\begin{cases}\tan\alpha=\frac{1}{3}<1=\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)\\ 0<\alpha<\frac{\pi}{2}\end{cases}\Rightarrow 0<\alpha<\frac{\pi}{4}$ و $\begin{cases}\tan\beta=\frac{1}{2}<1=\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)\\ 0<\beta<\frac{\pi}{2}\end{cases}\Rightarrow 0<\beta<\frac{\pi}{4}$

منه: $0<\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}$

الآن : $\begin{cases}0<\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}\Rightarrow\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}\\ \tan(\alpha+\beta)=1\end{cases}$ و $\begin{cases}0<\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}\Rightarrow\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}\\ \tan(\alpha+\beta)=1\end{cases}$ بالتالي : $\boxed{\alpha+\beta=\gamma}$

فكرة التمرين واضحة : للبرهان على تساوي زاويتين نبرهن على تساوي إحدى النسب المثلثية (في المثال الظل) مع إمكانية تطبيق قواعد الجمع و الطرح، لكن يجب الانتباه أن الاستنتاج لا يكون كاملا إلا إذا برهنا أن الزاويتين تنتميان معا لمجال من الشكل $\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi\right[$ حيث $k\in Z$ لأن العبارة : $\tan x=\tan y\Rightarrow x=y$ لا تكون صحيحة إلا مع الشرط السابق.

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma