

7: الحساب المثلثي

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: 1 باك علوم رياضية

04.

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب:

$$f(x) = \cos^2 x + \cos^2(2x)$$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

2. بين أن f دورية و دورها $T = \pi$.

3. بين أن f زوجية. استنتج D_E مجموعة دراسة f .

4. أحسب: $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ و $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

5. أ- بين أن:

$$\forall a, b \in \mathbb{R} : \cos(a+b)\cos(a-b) = \cos^2 a - \sin^2 b$$

ب- بين أن: $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) - 1 = \cos x \cos 3x$

ج- حل المعادلة $(E) : f(x) = 1$: $x \in [0, \pi]$.

د- مثل على الدائرة المثلثية صور حلول المعادلة (E) .

ه- حل المتراجحة: $f(x) > 1$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

05.

1. بين أن:

$$\cos^4 x - \sin^4 x = \cos 2x$$

$$\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$$

2. بين أن:

$$\sin^4 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \sin^2 2x - \frac{1}{2} \cos 2x$$

$$\cos^4 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \sin^2 2x + \frac{1}{2} \cos 2x$$

3. حل في $[0, \pi]$ المعادلة:

$$E_1 : (2 - \sin^2 2x - 2 \cos 2x)(2 - \sin^2 2x + 2 \cos 2x) = 0$$

4. حل في $[0, \pi]$ المعادلة: $\cos^4 x \leq \sin^4 x$

5. نضع: $A = 2(\sin x + \sin 2x) + \sin x \cdot \sin 3x$

$$A = 4 \sin \frac{3}{2} x \cos \left(\frac{x}{2}\right) \left(1 + \sin \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2}\right)$$

6. بين أن: $\forall x \in \mathbb{R}; 1 + \sin \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} \neq 0$ ثم حل في

\mathbb{R} المعادلة $A = 0$.

01.

ليكن x من \mathbb{R} .

نضع $a = \cos x + \cos 3x$ و $b = \sin x + \sin 3x$.

1. بين أن: $a^2 + b^2 = 4 \cos^2 x$.

2.

أ- بين أن: $a = 2 \cos 2x \cdot \cos x$ و $b = 2 \sin 2x \cos x$

ب- بين أن: $a + b = 2\sqrt{2} \cos x \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

3. حل في \mathbb{R} المعادلة ثم مثل حلولها على الدائرة المثلثية:

$$\cos x + \sin x + \cos 3x + \sin 3x = 0$$

4. حدد الأعداد الحقيقية x حيث: $\begin{cases} \cos x + \cos 3x = 0 \\ \sin x + \sin 3x = 0 \end{cases}$

02.

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب: $f(x) = \tan^2 x + \frac{1}{\tan^2 x}$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

2. $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} - 2$ ثم بين أن:

3. حل المعادلة ثم مثل الحلول على الدائرة المثلثية:

$$x \in D_f : f(x) = 2$$

4. نعتبر المتراجحة التالية: $(E) : f(x) \geq 4 - \frac{2}{\tan^2 x}$

أ- بين أن: (E) تكافئ: $\frac{(\tan^2 x - 3)(\tan^2 x - 1)}{\tan^2 x} \geq 0$

ب- حل في $I = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ المتراجحة (E) .

03.

1. بين أن: $\cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{3\pi}{5} = -\frac{1}{4}$

2. استنتج أن: $\cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{3\pi}{5} = \frac{1}{2}$

3. استنتج قيمة كل من $\cos \frac{\pi}{5}$ و $\cos \frac{3\pi}{5}$