

التمرين الأول

بين ما يلي : (1) $\cos^2 \frac{5x}{2} - \cos^2 \frac{3x}{2} = -\sin x \sin 4x$

(2) $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x = 4 \cos \frac{x}{2} \cos x \cos \frac{5x}{2}$

(3) $1 + \cos \frac{x}{2} + 2 \cos \frac{x}{4} = 4 \cos \frac{x}{4} \cos^2 \frac{x}{8}$

التمرين الثاني

أحسب ما يلي (1) $A = \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{2\pi}{9} \cos \frac{4\pi}{9}$ (2) $B = \cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7}$

(3) $C = \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$

التمرين الثالث

نضع $f(x) = 2^4 \cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x$

1- بين أن $f(x) = \frac{\sin 16x}{\sin x}$ لكل $x \neq k\pi$

2- استنتج قيمة $\cos \frac{\pi}{15} \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{8\pi}{15}$

التمرين الرابع

ليكن β من المجال $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ و بحيث : $\sin \beta = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

(1) تحقق أن $\cos \beta = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$

(2) بين أن $\cos 2\beta = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$ ثم أثبت أن $\cos 4\beta = \sin \beta$

(3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $\cos 4x = \sin x$ و استنتج أن $\beta = \frac{\pi}{10}$

(4) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $\sqrt{10+2\sqrt{5}} \cos x + (\sqrt{5}-1) \sin x = 2$

التمرين الخامس

نضع $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x + \sin 2x - \sqrt{2} \sin 4x$

(1) بين أن $f(x) = \sqrt{2} \left(\cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) - \sin 4x \right)$

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$

(3) بين أن $f(x) = 2\sqrt{2} \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{8} \right) \left(1 + 2 \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) \right)$ ثم حل في $[0, \pi]$ المتراجحة $f(x) \geq 0$

التمرين السادس

نضع $A(x) = \cos^3 x + \sin^3 x - \frac{3\sqrt{2}}{4} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$

(1) بين أن $\cos^3 x + \sin^3 x = \frac{1}{2} (\cos x + \sin x) (2 - \sin 2x)$

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $A(x) = 0$

(3) بين أن $A(x) = \frac{\sqrt{2}}{4} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) (1 - 2 \sin 2x)$

(4) حل في المجال $\left] -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right[$ المتراجحة $A(x) \geq 0$