هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تصحيح سلسلة تحليلية الجداء السلمي من طرف التلميذ كامل بكر

01. التمرين الاول:

1. حساب كل من: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BO}$; $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$

* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$:

بما أن ABCD مربع فإن : $(AB)\perp(BC)$

و منه : $\boxed{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=\vec{0}}$

* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$:

لدينا :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} &= \|\overrightarrow{AB}\|\times\|\overrightarrow{AC}\|\times\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\\ &= 2\times 2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\\ &= 4\end{aligned}$$

خلاصة : $\boxed{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=4}$

* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BO}$:

لدينا : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BO} = -\|\overrightarrow{AB}\|\times\|\overrightarrow{BO}\|\times\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BO}\right)$

$$\begin{aligned}&= -2\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\\ &= -2\end{aligned}$$

خلاصة : $\boxed{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BO}=-2}$

2. لنبين أن المستقيمين (AE) و (BF) متعامدين :

* من اجل ذلك نبين أن : $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{BF}=\vec{0}$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{BF} &= \left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}\right).\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CF}\right)\\ &= \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{CF}\\ &= 0-2+2+0\\ &= 0\end{aligned}$$

خلاصة : $\boxed{(AE)\perp(BF)}$

3. تحديد مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوى (P) التي تحقق ما يلي :

- أ - $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{MF}=1$:

لتكن I منتصف $[EF]$

لدينا :

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

$$\begin{aligned} M(x,y)\in(P) &\Leftrightarrow \overrightarrow{ME}.\overrightarrow{MF}=1 \\ &\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IE}\right).\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IF}\right)=1 \\ &\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IE}\right).\left(\overrightarrow{MI}-\overrightarrow{IE}\right)=1 \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2-\overrightarrow{IE}^2=1 \\ &\Leftrightarrow MI^2=1+IE^2 \\ &\Leftrightarrow MI^2=1+5^2 \\ &\Leftrightarrow MI=\sqrt{26} \end{aligned}$$

خلاصة: مجموعة النقط $M(x,y)$ هي الدائرة $C\left(I,\sqrt{26}\right)$.

- ب $ME^2+MF^2=5$:

لتكن I منتصف $[EF]$

لدينا :

$$\begin{aligned} ME^2+MF^2=5 &\Leftrightarrow \overrightarrow{ME}^2+\overrightarrow{MF}^2=5 \\ &\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IE}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IF}\right)^2=5 \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IE}+\overrightarrow{IE}^2+\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IF}+\overrightarrow{IF}^2=5 \\ &\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}.\left(\overrightarrow{IE}+\overrightarrow{IF}\right)+\overrightarrow{IE}^2+\overrightarrow{IF}^2=5 \\ &\Leftrightarrow 2MI^2+2\overrightarrow{MI}.\vec{0}+IE^2+IF^2=5 \\ &\Leftrightarrow 2MI^2+2IE^2=5 \\ &\Leftrightarrow 2MI^2=5-2IE^2=5-2\times5^2=-45;\left(IE=\frac{EF}{2}\right) \\ &\Leftrightarrow MI^2=\frac{-45}{2} \end{aligned}$$

و هذا غير ممكن : خلاصة : مجموعة النقط هي المجموعة الفارغة .

.02 التمرين الثاني:

.1 تحديد $(\mathcal{C})$ مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوى (P) التي تحقق (E):

لدينا : $(E):x^2+y^2+2x-6y+5=0$

$(E)\Leftrightarrow(x+1)^2-1+(y-3)^2-9+5=0$

$(E)\Leftrightarrow(x+1)^2+(y-3)^2=\sqrt{5}^2$

خلاصة : $M(x,y)\in(P)\Leftrightarrow M(x,y)\in\mathcal{C}\left(\Omega(-1,3),\sqrt{5}\right)$

.2 تحديد إحداثيات B و A :

* التقاطع مع محور الأفاصيل : $(y=0)$

نحصل على : $(E):x^2+2x+5=0$

و بذلك نحل المعادلة (E)

$\Delta=-16<0$ و منه المعادلة (E) ليس لها حل

خلاصة : $\mathscr{C}\cap(ox)=\varnothing$

* التقاطع مع محور الأراتيب : $(x=0)$

نحصل على : $(E): y^2-6y+5=0$

و بذلك نحل المعادلة (E)

$\Delta=16>0$ و منه المعادلة (E) لها حلان $y_1=1$ و $y_2=5$

خلاصة : $(\mathscr{C})\cap(oy)=\{A(0,1)\ ;\ B(0,5)\}$

3. أ - تحديد المعادلة الديكارتية للمماس (T) ل $(\mathscr{C})$ في A :

ليكن : $(T): ax+by+c=0$

بما أن (T) مماس ل $(\mathscr{C})$ في A فإن $\overrightarrow{\Omega A}(1,-2)$ منظمية عليه

أي $(T): x-2y+c=0$

و نعلم أن (T) يمر من $A(0,1)$ إذن : $c=2$

خلاصة : $(T): x-2y+2=0$

ب- نجد قيمة مقربة إلى $0,1$ لقياس الزاوية IAB في المثلث IAB .

لدينا : $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BO}\right)=\dfrac{\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AI}\|\times\|\overrightarrow{AB}\|}=\dfrac{\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}0\\4\end{pmatrix}}{4\times\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\approx 0,895$

ومنه : قياس الزاوية الهندسية IAB هو $26^0 56'$

.03 التمرين الثالث:

1. تحديد $(\mathscr{C})$ مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوى (P) التي تحقق

$$\begin{aligned} M(x,y)\in(P) &\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=16\\ &\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right).\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)=16\\ &\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right).\left(\overrightarrow{MI}-\overrightarrow{IA}\right)=16\\ &\Leftrightarrow MI^2-IA^2=16\\ &\Leftrightarrow MI^2=25\\ &\Leftrightarrow MI=5 \end{aligned}$$

خلاصة : $M(x,y)\in(P)\Leftrightarrow(x,y)\in\mathscr{C}(I,5)$

2. (D) مجموعة النقط $M(x,y)$ من (P) حيث $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=3$:

$$\begin{aligned} M(x,y)\in(P) &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=3\\ &\Leftrightarrow \begin{pmatrix}x+1\\y-2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}-4\\1\end{pmatrix}=-4x-4+y-2=3\\ &\Leftrightarrow -4x+y-9=0 \end{aligned}$$

خلاصة : مجموعة النقط هي المستقيم الذي معادلته : $(D)\ :-4x+y-9=0$

.04 التمرين الرابع:

.1 لنبين ان المثلث ABC قائم الزاوية في C :

لدينا : $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$

و منه : $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}=\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}=0$

خلاصة : المثلث ABC قائم الزاوية في C

.2 أ- لنبين أن $x^2+y^2-2x-y-\frac{11}{4}=0$ هي معادلة ديكارتية ل (C) المحيطة ب ABC

من اجل ذلك نتحقق أن A و B وc تنتمي إلى الدائرة (C) :

$$A\begin{pmatrix}1\\5/2\end{pmatrix}\in(C)\Leftrightarrow 1+\frac{25}{4}-2-\frac{5}{2}-\frac{11}{4}=0$$

$$B\begin{pmatrix}1\\-3/2\end{pmatrix}\in(C)\Leftrightarrow 1+\frac{9}{4}-2+\frac{3}{2}-\frac{11}{4}=0$$

$$c\begin{pmatrix}-1\\1/2\end{pmatrix}\in(C)\Leftrightarrow 1+\frac{1}{4}+2-\frac{1}{2}-\frac{11}{4}=0$$

خلاصة : $x^2+y^2-2x-y-\frac{11}{4}=0$ هي معادلة ديكارتية ل (C) المحيطة ب ABC

ب - تحديد المركز Ω و الشعاع r للدائرة (C) :

لدينا:

$$x^2+y^2-2x-y-\frac{11}{4}=0\Leftrightarrow(x-1)^2-1+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}-\frac{11}{4}=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=2^2$$

خلاصة $(C)\left(\Omega\begin{pmatrix}1\\1/2\end{pmatrix};r=2\right)$

.3 أ- حساب $d(\Omega;(\Delta))$:

$$d(\Omega;(\Delta))=\frac{|1+1+0|}{\sqrt{1/4+1}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$$

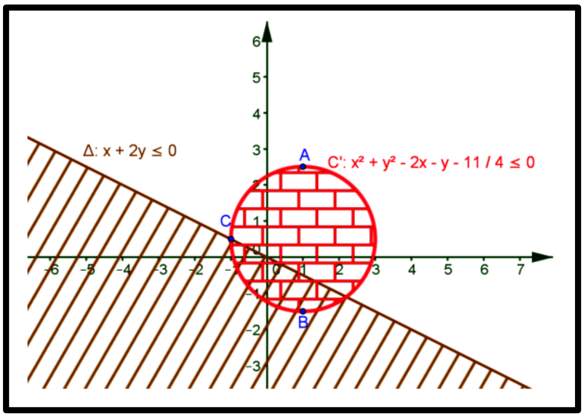
ب - استنتاج الوضع النسبي ل (C) و (Δ)

لدينا: $d(\Omega;(\Delta))=\frac{4\sqrt{5}}{5}<2$

خلاصة : المستقيم (Δ) يقطع (C) في نقطتين

ج - نحل مبيانيا النظمة $\begin{cases}x^2+y^2-2x-y-\frac{11}{4}\le 0\\ x+2y\le 0\end{cases}$: $(x;y)\in\mathbb{R}^2$.

بالنسبة للمتراجحة $x^2+y^2-2x-y-\frac{11}{4}\le 0$ مجموعة النقط هي القرص المغلق



$(D)\left(\Omega\begin{pmatrix}1\\1/2\end{pmatrix};r=2\right)$ (أي داخل الدائرة و الدائرة)

بالنسبة ل $x+2y\leq 0$ هي نصف المستوى المغلق الي حافته المستقيم (Δ) و لا يحتوي على النقطة A .

و منه حل النظمة هو تقاطع القرص و نصف المستوى (أنظر الشكل)

.05 التمرين الخامس :

لنحدد قيمة مقربة لقياس زاوية قدف الكرة لتسجيل الهدف:

$$\cos(\alpha)=\frac{\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}}{CA\times CB}$$

$$=\frac{\begin{pmatrix}-9\\16.32\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}-9\\9\end{pmatrix}}{\sqrt{(16.32)^2+9^2}}\times\frac{1}{9\sqrt{2}}$$

$$\approx 0,96$$

ومنه : $\alpha\approx 16^0$