السنة 1 بكالوريا علوم رياضية	تحليلية الجداء السلمي حلول مقترحة	سلسلة 3

تمرين 1 : $(C):\ x^2+y^2-2x+4y+1=0$ ، $(\Delta): x+y=0$

1 أ) لدينا : $x^2+y^2-2x+4y+1=0 \Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2+4y+4=4 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2=4$

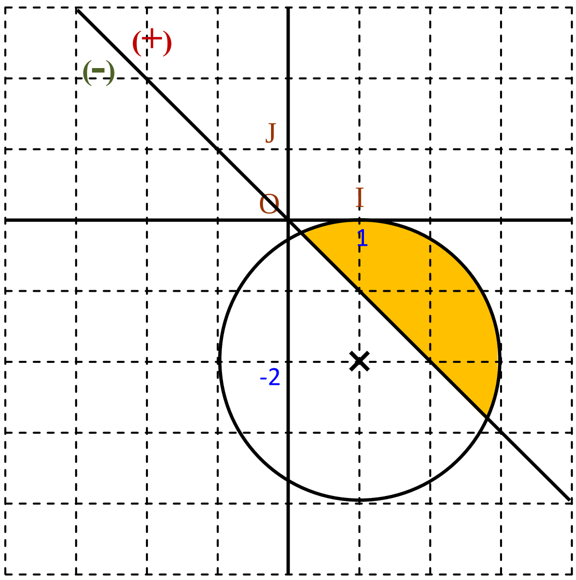
إذن (C) دائرة مركزها $\Omega(1,-2)$ و شعاعها $r=\sqrt{4}=2$

ب) لدينا : $d(\Omega,(\Delta))=\frac{|x_\Omega+y_\Omega|}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}<2$ إذن (Δ) يقطع الدائرة (C) في نقطتين مختلفتين.

2 الحل المبياني للنظمة يعني البحث عن مجموعة النقط التي توجد داخل الدائرة (C) و في نفس الوقت توجد في نصف المستوى الموجب الذي يحدده المستقيم (Δ)

للتذكير لمعرفة هذا النصف مستوى نختار نقطة من أحد نصفي المستوى الذي يحددهما (Δ)، مثلا $J(0,1)$ نعوض إحداثيتيها في معادلة (Δ) فنجد: $0+1=1>0$ إذن J توجد في نصف المستوى الموجب.

إذن حلول النظمة $\begin{cases} x^2+y^2-2x+4y+1<0 \\ x+y>0 \end{cases}$ مبيانيا هي مجموعة النقط الملونة باللون الأصفر أسفله.



تمرين 2 : $\Omega(-3,1)$ ، $A(-3,3)$ ، $(D): x-y=0$

1 أكتب معادلة ديكارتية لـ $M(x,y)\in(C) \Leftrightarrow \Omega M^2=A\Omega^2 \Leftrightarrow (x+3)^2+(y-1)^2=4$

بالتالي : $(C):\ x^2+y^2+6x-2y+6=0$

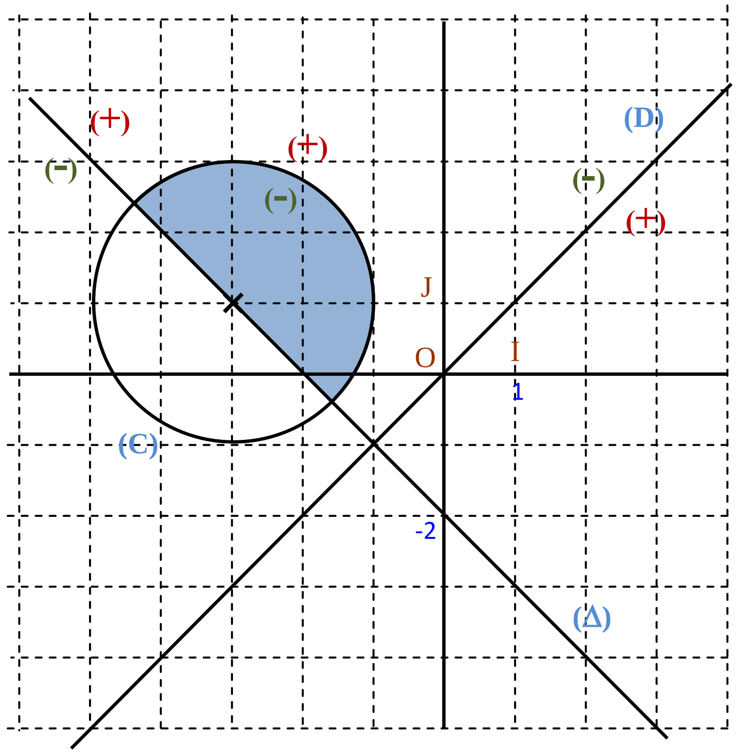
2 لدينا : $d(\Omega,(D))=\frac{|x_\Omega-y_\Omega|}{\sqrt{2}}=\frac{4}{\sqrt{2}}>2$ إذن (D) و (C) غير متقاطعين

3 لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى، و نعتبر المتجهة $\vec{u}(1,1)$ الموجهة لـ (D)

لدينا : $x+y+2=0 \Leftrightarrow (x+3)+(y-1)=0 \Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega M}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow M\in(\Delta)$

بالتالي : $(\Delta):\ x+y+2=0$

الحل المبياني للنظمة يعني البحث عن مجموعة النقط التي توجد داخل الدائرة (C) و في نفس الوقت توجد في نصف المستوى السالب الذي يحدده المستقيم (D) (لأن : $x-y<0 \Leftrightarrow y-x>0$) و في نفس الوقت توجد في نصف المستوى الموجب الذي يحدده المستقيم (Δ) 4



- قبل البدء في تجويه المستوى بمستقيم يجب كتابة المتراجحة على الشكل $ax+by+c<0$ أو $ax+by+c>0$
- داخل الدائرة يمثل دائما مجموعة النقط حيث تكون : $(x-x_\Omega)^2+(y-y_\Omega)^2-r^2<0$
- لتجويه المستوى بمستقيم نختار نقطة P خارج المستقيم (غالبا نختار O أو I أو J) فإن كان مثلا $ax_P+by_P+c<0$ فهذا يعني أن كل نقط نصف المستوى المحدد بالمستقيم و الذي يحتوي على P تحقق نفس المتفاوتة (في الشكل نضع رمز (-))
- الحل المبياني يتطلب تحديد و تلوين المكان الذي تتحقق فيه كل شروط النظمة (داخل الدائرة+....)

تمرين 3 : $(E):\ 6x-4y+3<x^2+y^2<2x+10y+10$

لدينا :

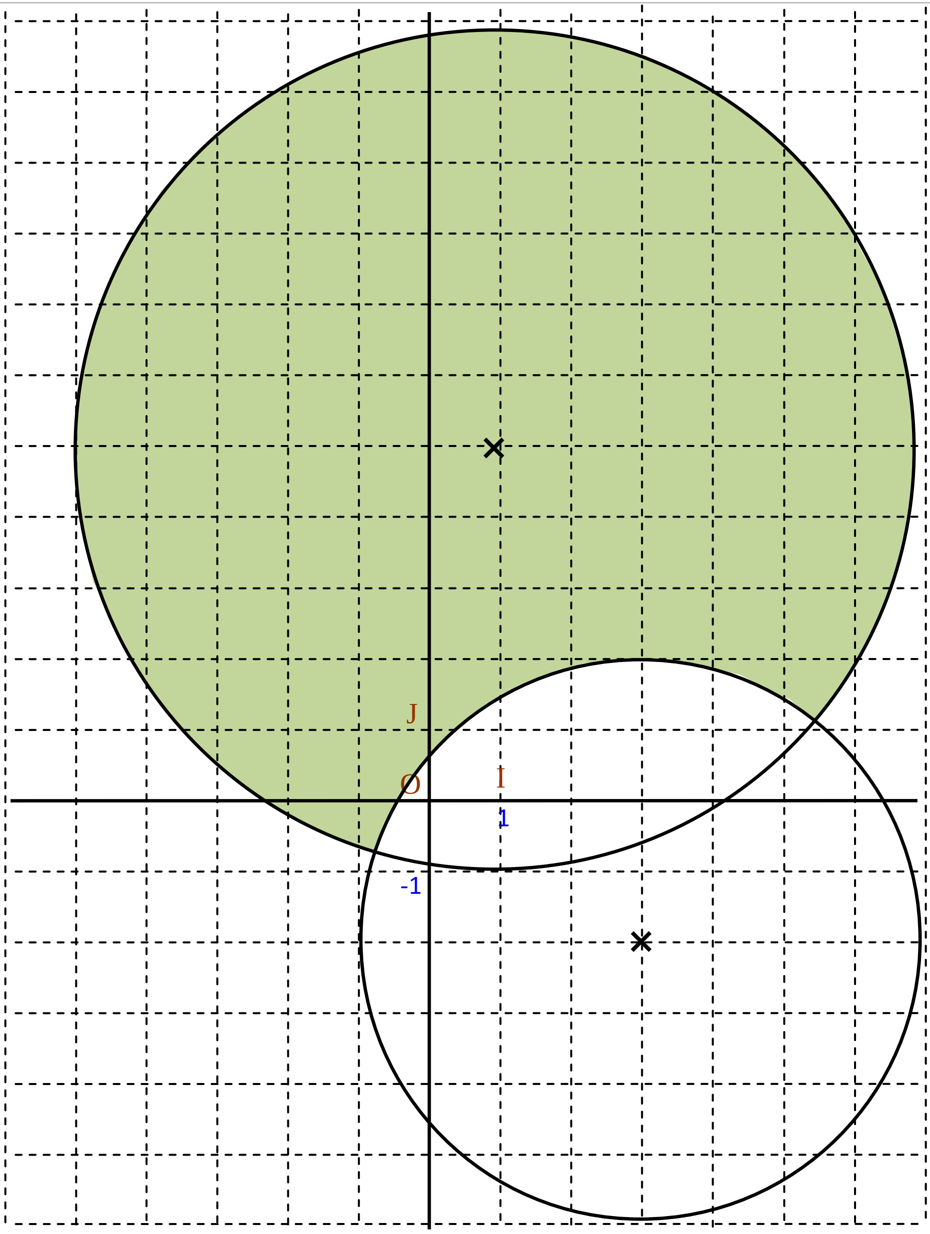
$$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-4y+3<x^2+y^2 \\ x^2+y^2<2x+10y+10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2-6x+4y-3>0 \\ x^2+y^2-2x-10y-10<0 \end{cases}$$

$$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-6x+9+y^2+4y+4-3-9-4>0 \\ x^2-2x+1+y^2-10y+25-10-1-25<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)^2+(y+2)^2-16>0 \\ (x-1)^2+(y-5)^2-36<0 \end{cases}$$

نعتبر الدائرتين : $(C_1):\ (x-3)^2+(y+2)^2=16$ و $(C_2):\ (x-1)^2+(y-5)^2=36$

الدائرة (C_1) مركزها $A(3;-2)$ و شعاعها $r_1=4$ و الدائرة (C_2) مركزها $B(1;5)$ و شعاعها $r_2=6$

إذن حل النظمة هي النقط الموجودة خارج الدائرة (C_1) و داخل الدائرة (C_2)



تمرين 4 : حل مبيانيا المتراجحة : $(x^2+y^2+4y-12)(x^2+y^2-8x+7)<0$

لدينا :

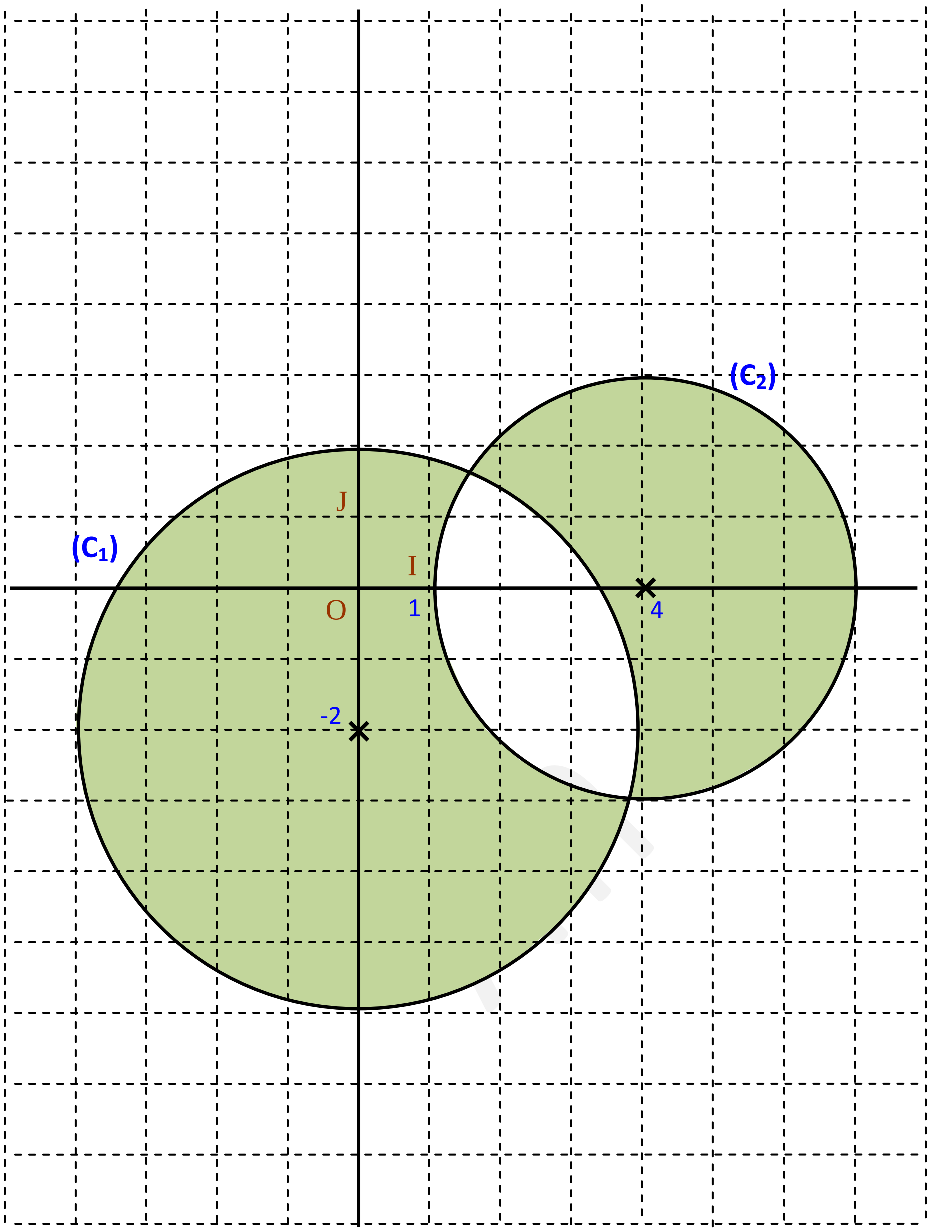
$$(E) \Leftrightarrow (x^2+y^2+4y-12)(x^2+y^2-8x+7)<0 \quad \Leftrightarrow \quad (x^2+(y+2)^2-16)((x-4)^2+y^2-9)<0$$

$$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+(y+2)^2-16>0 \\ (x-4)^2+y^2-9<0 \end{cases} \quad ou \quad \begin{cases} x^2+(y+2)^2-16<0 \\ (x-4)^2+y^2-9>0 \end{cases}$$

نعتبر الدائرتين : $(C_1): x^2+(y+2)^2=16$ و $(C_2): (x-4)^2+y^2=9$

الدائرة (C_1) مركزها $A(0;-2)$ و شعاعها $r_1=4$ و الدائرة (C_2) مركزها $B(4;0)$ و شعاعها $r_2=3$

إذن حل النظمة هي مجموعة النقط الموجودة خارج الدائرة (C_1) و داخل الدائرة (C_2) اتحاد مجموعة النقط الموجودة داخل الدائرة (C_1) و خارج الدائرة (C_2)


(C₂)
(C₁)
J
I
O
1
4
-2