

## تطبيقات الجداء السلمي

### التمرين الأول

$A$  ;  $B$  نقطتان من المستوى  $(P)$  : جدّد و أنشئ المجموعتين

$$E = \{M \in (P) / \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} - MA^2 = 0\}$$

$$F = \{M \in (P) / (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}) = 0\}$$

### التمرين الثاني

نعتبر في المستوى  $(P)$  مثلثا  $ABC$  بحيث :  $AB = 2$  ;  $AC = 1$  و  $I$  ,  $J$  منتصفا القطعتين  $[AB]$

$$E = \{M \in (P) / MA^2 + MB^2 - 2\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = 4\}$$
 و نضع  $[AC]$

(1) تحقق، أو  $A \in (E)$

$$(2) \quad (i) \quad \text{أثبت أن} \quad (\forall M \in (P)) \quad \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = MJ^2 - \frac{1}{4}$$

$$(ii) \quad \text{بين أن} \quad \forall M \in (P) : M \in (E) \Leftrightarrow MI^2 - MJ^2 = \frac{3}{4}$$

(3) جدّد المجموعة  $(E)$

### التمرين الثالث

نعتبر في المستوى  $(P)$  مستطيلا  $ABCD$  بحيث  $BC = a$  ;  $AB = 2a$  مع  $a > 0$

و لتكن  $G$  مرجح النقطتين  $(B, 3)$  ;  $(A, 1)$  و  $I$  منتصف القطعة  $[CD]$

$$(1) \quad \text{بين أن} \quad (\forall M \in (P)) : (\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = 8\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{MI}$$

$$(2) \quad \text{بين أن} \quad IG = a \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \text{ثم المجموعة} \quad (E) \quad \text{للنقطة} \quad M \quad \text{بحيث} : (\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = \frac{11a^2}{2}$$

### التمرين الرابع

$ABC$  مثلث في المستوى  $(P)$  بحيث :  $BC = 4$  ;  $AB = 3$  و  $AC = 5$

و لتكن  $G$  مرجح النقط  $(C, 1)$  ;  $(B, 4)$  ;  $(A, 1)$

ونعتبر التطبيق  $f$  الذي يربط  $M$  بالعدد الحقيقي الموجب  $f(M) = MA^2 + 4MB^2 + MC^2$

$$(1) \quad \text{بين أن} \quad (\forall M \in (P)) : f(M) = 6MG^2 + f(G)$$

$$(2) \quad \text{أ- بين أن} \quad G \quad \text{مرجح النقطتين} \quad (B, 4) ; (I, 2) \quad \text{حيث أن} \quad I \quad \text{هي منتصف} \quad [AC]$$

$$\text{ب- بين أن} \quad GA^2 + GC^2 = 2GI^2 + \frac{AC^2}{2} \quad \text{و أحسب} \quad f(G)$$

$$(1) \quad \text{جدّد طبيعة المجموعة} \quad (E) \quad \text{للنقطة} \quad M \quad \text{من المستوى} \quad (P) \quad \text{و التي تحقق} : f(M) = 25$$

### التمرين الخامس

$ABC$  مثلث بحيث  $AB = AC = 5$  ,  $BC = 6$  1 - أحسب  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

$$2 - \text{نضع} \quad f(M) = 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC}$$

أ: أحسب  $f(A)$

ب:  $G$  مرجح النقط المتزنة  $(A, 2)$  ,  $(B, 3)$  ,  $(C, 3)$  أحسب  $f(G)$

$$3 - \text{أ: بين أن} \quad f(M) = f(G) + 4MG^2$$

ب: جدّد مجموعة النقط  $M$  بحيث  $f(G) = f(A)$