

1. تمرين

1 أنحدد G_1

النقطة G_1 توجد على القضيب وتحقق التوازن

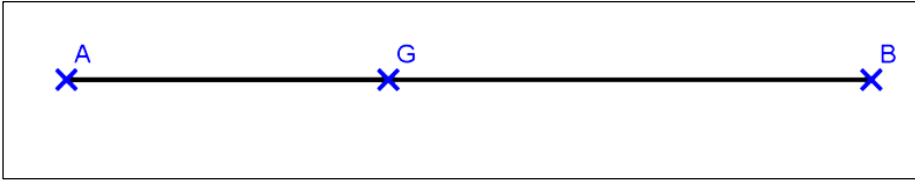
إذن حسب قانون أرخميدس $20AG_1 = 5BG_1$

ولدينا : $AG_1 + BG_1 = 2 \Leftrightarrow BG_1 = 2 - AG_1$

$$20AG_1 = 5(2 - AG_1)$$

$$25AG_1 = 10$$

$$AG_1 = \frac{2}{5}m$$



ب نحدد a و b حيث $a\overrightarrow{G_1A} + b\overrightarrow{G_1B} = \vec{0}$

لدينا : $AG_1 = 40cm$ و $BG_1 = 160cm$

إذن : $BG_1 = 4AG_1$

بما أن $G_1 \in [AB]$ فإن $\overrightarrow{BG_1} = 4\overrightarrow{G_1A}$

$$\overrightarrow{BG_1} = 4\overrightarrow{G_1A} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{G_1A} + \overrightarrow{G_1B} = \vec{0}$$

$$(k \in \mathbb{R}^*) \quad 4k\overrightarrow{G_1A} + k\overrightarrow{G_1B} = \vec{0}$$

وبالتالي : G_1 مرجح $(A, 4k)$ و (B, k)

لدينا : $AG_1 = 40cm$ و $BG_1 = 160cm$

نأخذ $k = 5$ إذن G_1 مرجح $(A, 20)$ و $(B, 5)$

$$\text{ومنه : } 20\overrightarrow{G_1A} + 5\overrightarrow{G_1B} = \vec{0}$$

خلاصة: $a=20$ و $b=5$

2- أ نبحث عن وزن السطل المثبت في الطرف B

$$\text{لدينا : } P_A l_A = P_B l_B \Leftrightarrow P_B = \frac{P_A \cdot l_A}{l_B}$$

لدينا : $l_A = 0,8$ و $P_A = 20$ و $l_B = 1,2$

$$\text{إذن : } P_B = \frac{20 \times 0,8}{1,2} = \frac{40}{3}$$

خلاصة: وزن السطل المثبت في الطرف B هو $\frac{40}{3}$.

ب نحدد a' و b' حيث : $a'\overrightarrow{G_2A} + b'\overrightarrow{G_2B} = \vec{0}$

لدينا : G_2 مرجح $(A, 20)$ و $(B, \frac{40}{3})$

$$20\overrightarrow{G_2A} + \frac{40}{3}\overrightarrow{G_2B} = \vec{0} \quad \text{إذن :}$$

خلاصة: $a' = 20$ و $b' = \frac{40}{3}$

3 نحدد الوزنين

لدينا : $AB = 200 \text{ cm}$ و $AG_3 = 50 \text{ cm}$

$$\text{إذن : } AG_3 = \frac{1}{4}AB$$

$$\text{ومنه : } \overrightarrow{AG_3} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AG_3} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG_3} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AG_3} + \frac{1}{4}\overrightarrow{G_3B}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}\overrightarrow{AG_3} - \overrightarrow{AG_3} + \frac{1}{4}\overrightarrow{G_3B} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\overrightarrow{G_3A} + \frac{1}{4}\overrightarrow{G_3B} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{G_3A} + \overrightarrow{G_3B} = \vec{0}$$

$$\text{ومنه : } 3k\overrightarrow{G_3A} + k\overrightarrow{G_3B} = \vec{0}$$

خلاصة: $(A, 3k)$ و (B, k)

2 تمرين

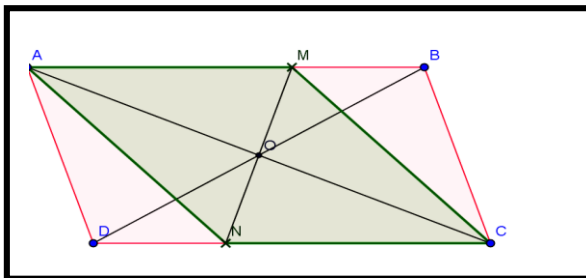
1 نعبّر عن $\overrightarrow{AM}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$
لدينا :

$$3\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$$

خلاصة: $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

- ننشئ M



2 نحدد عن $\overrightarrow{AM}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$. a و b حيث : M مرجح (A, a) و (B, b)



لدينا :

$$3\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$$

ومنه : M مرجح (A,a) و (B,b)

خلاصة: a = 1 و b = 2 .

3 نحدد عن $\overrightarrow{CN}$ بدلالة $\overrightarrow{CD}$

لدينا :

$$\overrightarrow{CD} + 3\overrightarrow{DN} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CD} + 3\overrightarrow{DC} + 3\overrightarrow{CN} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{CN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$$

خلاصة: $\overrightarrow{CN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

- ننشئ N (انظر الشكل السابق)

4 نحدد a' و b' حيث : N مرجح (C,a') و (D,b')

لدينا :

$$\overrightarrow{CD} + 3\overrightarrow{DN} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{ND} + 3\overrightarrow{DN} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow -\overrightarrow{NC} - 2\overrightarrow{ND} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{NC} + 2\overrightarrow{ND} = \vec{0}$$

ومنه : N مرجح (C,1) و (D,2) .

خلاصة: a' = 1 و b' = 2

5 نبين أن NCMA متوازي الاضلاع و O منتصف [MN] .

لدينا : M مرجح (B,b) و (A,a)

تمرين 3

1 نعطي العلاقة المتجهية

لدينا : $1 - 1 + 3 = 5 \neq 0$ و G مرجح (A,1) و (B,-1) و (C,2) و (D,3)

$$\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} + 3\overrightarrow{GD} = \vec{0}$$

2 نبين أن : $3\overrightarrow{GJ} + 2\overrightarrow{GK} = \vec{0}$

لدينا :

- G مرجح (A,1) و (B,-1) و (C,2) و (D,3)

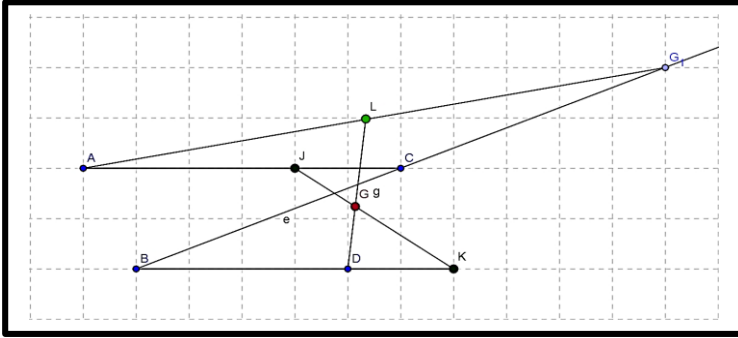
J - مرجح (A,1) و (C,2)
 K - مرجح (B,-1) و (D,3)
 إذن : حسب خاصية التجميعية G مرجح (J,3) و (K,2).
 ومنه : $3\vec{GJ} + 2\vec{GK} = \vec{0}$
 ننشئ : G و J و K.
 لدينا :

J مرجح (A,1) و (C,2) إذن : $\vec{AJ} = \frac{2}{3}\vec{AC}$

K مرجح (B,-1) و (D,3) إذن : $\vec{BK} = \frac{3}{2}\vec{BD}$

G مرجح (A,1) و (B,-1) إذن : $\vec{JG} = \frac{2}{5}\vec{JK}$

ومنه : $3\vec{GJ} + 2\vec{GK} = \vec{0}$



3 ننشئ L

ننشئ G_1 مرجح (B,-1) و (C,2) ($\vec{BG}_1 = 2\vec{BC}$)

إذن : حسب خاصية التجميعية L مرجح ($G_1,1$) و (A,1)
 ومنه : L منتصف $[AG_1]$ (انظر الشكل السابق).

- نبين أن : $2\vec{GL} + 3\vec{GD} = \vec{0}$

G مرجح (A,1) و (B,-1) و (C,2) و (D,3).

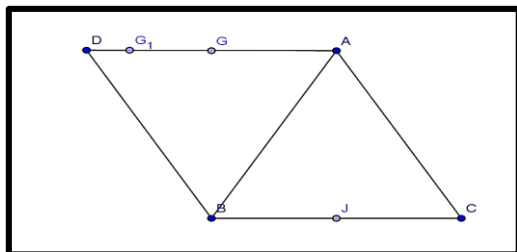
إذن : حسب خاصية التجميعية G مرجح (D,3) و (L,2).

ومنه : $2\vec{GL} + 3\vec{GD} = \vec{0}$

نستنتج طريقة أخرى لإنشاء L.

(حسب ما سبق) $\vec{GL} = \frac{-3}{2}\vec{GD} \Leftrightarrow 2\vec{GL} + 3\vec{GD} = \vec{0}$ (انظر الشكل).

4.....تمرين



1 أ نبين أن : G مرجح (A,2) و (B,1) و (C,-1).
 لدينا :

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} &= 2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{GC} \\ &= 2\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\right) + \overrightarrow{CB} \\ &= \vec{0} \end{aligned}$$

خلاصة: G مرجح (A,2) و (B,1) و (C,-1).
ب نبين أن : $(AG) \perp (BG)$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} &\Leftrightarrow (AG) \parallel (BC) \quad \overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow (AG) \parallel (BC) : \text{لدينا} \\ \text{نعتبر J منتصف [BC] إذن : } (AJ) \perp (BC) &\text{ ومنه : } (AJ) \perp (AG) \quad (1) \\ \text{لدينا : } \overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} &\Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{JB} \quad (2) \end{aligned}$$

من خلال (1) و (2) نستنتج أن : AGBJ مستطيل
خلاصة: $(AG) \perp (BG)$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{GG_1} &= \frac{2}{3}\overrightarrow{GD} \quad \text{2 نبين أن :} \\ \text{لدينا :} \end{aligned}$$

G مرجح (A,2) و (B,1) و (C,-1).
و G_1 مرجح (A,2) و (B,1) و (C,2) و (D,4).
إذن حسب خاصية التجميعية : G_1 مرجح (G,2) و (D,4).
إذن : $2\overrightarrow{G_1G} + 4\overrightarrow{G_1D} = \vec{0}$
ومنه :

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{G_1G} + 4\overrightarrow{G_1D} = \vec{0} &\Leftrightarrow 2\overrightarrow{G_1G} + 4\overrightarrow{G_1G} + 4\overrightarrow{GD} = \vec{0} \\ &\Leftrightarrow 6\overrightarrow{G_1G} = 4\overrightarrow{GD} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{G_1G} = \frac{2}{3}\overrightarrow{GD} \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{GG_1} = \frac{2}{3}\overrightarrow{GD} \quad \text{خلاصة:}$$

ننشئ : D و G_1 .

$$\overrightarrow{GG_1} = \frac{2}{3}\overrightarrow{GD} \quad \text{لدينا : } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} \quad (\text{انظر الشكل السابق}).$$

3 نحدد زوج احداثيتي $G(a,b)$
لدينا :



G مرجح (A,2) و (B,1) و (C,-1).

$$a = \frac{4-2-1}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad b = \frac{6+1-1}{2} = 3$$

خلاصة: $G(\frac{1}{2}, 3)$

نحدد زوج احداثيتي $G_1(a', b')$.
لدينا :

G_1 مرجح (D,4) و (G,2).

$$a' = \frac{1-4}{6} = \frac{-1}{2} \quad \text{و} \quad b' = \frac{6+8}{6} = \frac{7}{3}$$

خلاصة: $G_1(\frac{-1}{2}, \frac{7}{3})$