

الأول :

ABC مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه a

1- بين أن لكل نقطة M لدينا:

$$\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = MA^2 - \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{a^2}{2}$$

حيث أن $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

2- حدد المجموعة (C) في الحالات التالية:

$$\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = \frac{a^2}{2} + MA^2 \quad \text{أ.}$$

$$\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = \frac{a^2}{2} \quad \text{ب.}$$

$$\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = MA^2 \quad \text{ج.}$$

الثاني :

ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A وبحيث AB=2BC=2a

O منتصف القطعة [BC]

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{7a^2}{2} \quad \text{1. أ. بين أن}$$

$$\overrightarrow{AE} = \frac{7}{2} \overrightarrow{BC} \quad \text{ب. I منتصف القطعة [AB] و E بحيث}$$

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{EI} = 0 \quad \text{بين أن}$$

2- نعتبر المجموعة:

$$C = \{M / 7MA^2 + 4MB^2 + 4MC^2 = 32a^2\}$$

➤ تحقق أن A و B تنتمي إلى C

➤ بين أن $M \in C \Leftrightarrow 7MA^2 + 8MO^2 = 30a^2$

3- لتكن G مرجح (O,8); (A,7)

$$\text{أ. بين أن } OG^2 = \frac{49}{60}a^2 \text{ و } AG^2 = \frac{16}{15}a^2$$

ب. أثبت أن C دائرة محدد عناصرها المميزة

الثالث :

ABC مثلث ولتكن (Δ) مجموعة النقط M التي تحقق:

$$AM^2 - \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{BM} = AB^2$$

أ. حدد طبيعة (Δ)

ب. بين أن:

$$(A) \Leftrightarrow (BC) \quad \text{ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A}$$

الرابع :

نعتبر في المستوى (P) مستطيلا ABCD بحيث

$$AB = 2a \quad ; \quad BC = a \quad \text{مع } a > 0$$

ولتكن G مرجح النقطتين (B,3); (A,1) و I

منتصف القطعة [CD]

أ. بين أن لكل نقطة M من المستوى لدينا

$$(\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = 8\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{MI}$$

ب. بين أن $IG = a \frac{\sqrt{5}}{2}$ ثم المجموعة (E) للنقط M

$$\text{والتي تحقق: } (\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = \frac{11a^2}{2}$$

الخامس :

ABCD مربعا في المستوى (P) طول ضلعه a

و I منتصف [AD] ولتكن G مرجح

النقط (A,1); (B,3); (D,4)

I نعتبر المجموعة:

$$\zeta = \{M \in (P) / MA^2 + 3MB^2 + 4MD^2 = 7a^2\}$$

1- أ. تحقق أن $D \in \zeta$

ب. حدد النقطة E تقاطع [AB] والمجموعة ζ

$$\text{2- أ. بين أن } GA^2 = GD^2 = \frac{25a^2}{64} \text{ و } GB^2 = \frac{41a^2}{64}$$

ب. استنتج أن ζ دائرة مركزها G وشعاعها $r = \frac{5a}{8}$

ج. بين أن المستقيم (BC) مماس للدائرة ζ

$$\text{II} \quad \text{نضع } f(M) = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} + MD^2$$

$$\text{1- تحقق أن } f(G) = -\frac{9a^2}{16}$$

2- نعتبر في المستوى (P) المجموعة $\Gamma = f^{-1}(\{0\})$

أ. تحقق أن $I \in \Gamma$

ب. بين أن Γ دائرة مركزها G وشعاعها $r' = \frac{3a}{8}$

السادس :

ABC مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية في النقطة A

و بحيث : $AB = 2$ حدد و أنشئ المجموعات E في الحالات التالية:

$$\text{أ. } \|\overrightarrow{2MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{-2MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$$

$$\text{ب. } 2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 24$$

$$\text{ج. } -2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4$$

السابع :

ABC مثلث مركز ثقله G

ونضع $AB = c$; $BC = a$; $CA = b$

$$\text{1- أحسب } GA^2 + GB^2 + GC^2$$

و $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA}$ بدلالة a ; b ; c

2- حدد مجموعة النقط M بحيث:

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} = 0$$

MANTI BOUCHAIB