التمرين الأول :

هل الدالتين f و g متساويتين :

1) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x}{x-1}}$ و $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}$

2) $f(x)=\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)^2$ و $g(x)=\left(\sqrt{x}\right)^2+\left(\sqrt{x-1}\right)^2$

3) $f(x)=\dfrac{x}{1+\sqrt{x^2+1}}$ و $g(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$

التمرين الثاني :

نضع $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}{x-1}$ حدد مجموعة تعريف الدالة f و بين أن $(\forall x\in D)\quad 0<f(x)<\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

التمرين الثالث :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{x|x|}{x^2+1}$

1) أدرس زوجية الدالة f و بين أن $(\forall x\in\mathbb{R}^+)\quad 0\le f(x)<1$

2) استنتج أن f محدودة

3) أ- بين أن لكل x و y من $\mathbb{R}^+$ بحيث $x\neq y$ لدينا : $\dfrac{f(x)-f(y)}{x-y}=\dfrac{2(x+y)}{(x^2+1)(y^2+1)}$

ب- أدرس رتابة f على $\mathbb{R}^+$ و استنتج رتابتها على $\mathbb{R}^-$

التمرين الرابع :

نعتبر الدالة $f(x)=\dfrac{|x|}{x^2+x+1}$

1) حدد D_f و بين أن $f(x)\le 1\quad (\forall x\in D_f)$ و استنتج أن f محدودة

2) هل f تقبل قيمة قصوى ؟ تقبل قيمة دنيا ؟

3) أ- بين أن $(\forall x\in\mathbb{R}^+)(\forall y\in\mathbb{R}^+)\ \ f(x)-f(y)=\dfrac{(x-y)(1-xy)}{(x^2+x+1)(y^2+y+1)}$

ب- أدرس رتابة الدالة f على كل من $[0,1]$ و $[1,+\infty[$

ج- أدرس رتابة الدالة f على كل من $[-1,0]$ و $]-\infty,-1]$

التمرين الخامس :

1) نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$

حدد دالتين مرجعيتين g و h بحيث $f=g\circ h$ و أدرس رتابة الدالة f

2) نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{x^2+1}$

حدد دالتين مرجعيتين g و h بحيث $f=g\circ h$ و أدرس رتابة الدالة f

التمرين السادس :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = x + \dfrac{4}{x}$

1) أدرس زوجية الدالة f

2) بين أن 4 قيمة دنيا للدالة f على المجال $]0,+\infty[$

3) أ- بين أن $(\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2)\ f(x) - f(y) = (x-y)\left(1 - \dfrac{4}{xy}\right)$

ب- أدرس منحى تغيرات الدالة f على كل من $]0,2]$ و $[2,+\infty[$

ج- استنتج رتابة f على $\mathbb{R}^{*-}$

التمرين السابع :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = 4x^2 + \dfrac{1}{x}$

1) بين أن للدالة f على المجال $]0,+\infty[$ في النقطة $\dfrac{1}{2}$ مطرافا محددا نوعه

2) أ- بين أن $(\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2)\ f(x) - f(y) = (x-y)\left(4(x+y) - \dfrac{1}{xy}\right)$

ب- أدرس منحى تغيرات الدالة f على كل من $\left]0,\dfrac{1}{2}\right]$ و $\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right[$ و $]-\infty,0[$

ج- استنتج أن $f(x) \in [3,5]$ $\left(\forall x \in \left[\dfrac{1}{3},1\right]\right)$

3) نضع $g(x) = 4x|x| + \dfrac{1}{x}$

أ- أدرس زوجية الدالة g و أكتب تعبير $g(x)$ على $]0,+\infty[$ دون رمز القيمة المطلقة

ب- أستنتج رتابة الدالة g

التمرين الثامن :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = x^3 - 3x$

1) بين أن $\dfrac{f(x) - f(y)}{x - y} = x^2 + y^2 + xy - 3$

2) أدرس رتابة f على كل من $[1,+\infty[$ و $]-\infty,-1]$ و $[-1,1]$

3) لتكن $a_1, a_2, \dots\dots\dots, a_n$ أعداد حقيقية من $\mathbb{R}^+$ و تحقق $a_1 \times a_2 \times \dots\dots \times a_n = 1$

بين أن $(2 + a_1^3)(2 + a_2^3) \times \dots\dots \times (2 + a_n^3) \geq 3^n$

4) لتكن h دالة بحيث : $h(x) = (x-1)\sqrt{x+2}$

تحقق أن $f\left(\sqrt{x+2}\right) = h(x)$ و استنتج رتابة الدالة h على كل من $[-1,+\infty[$ و $[-2,-1]$