

تمرين رقم 6

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

(1) بين أن $|f(x)| \leq 1$ لكل x من $\mathbb{R}$

(2) ليكن x و y عنصرين مختلفين من $\mathbb{R}$.

$$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \frac{2(1 - xy)}{(x^2 + 1)(y^2 + 1)}$$

بـ أدرس رتابة الدالة f على كل من $[0, 1]$ و $[1, +\infty[$ ثم على $[-1, 0]$ و $]-\infty, -1]$

جـ أنجز جدول التغيرات

$$(3) \text{ نضع } g(x) = \sqrt{x+1} \text{ و } h(x) = \frac{|x+1|}{\sqrt{x^2+1}}$$

أـ حدد مبياني f على $[-1, 0]$ و $[0, +\infty[$

بـ تحقق أن $h = g \circ f$

جـ أدرس رتابة الدالة h

تمرين رقم 7

نعتبر الدالة f المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = \frac{x - E(x)}{\sqrt{x}}$$

(1) بين أن $f(x) \leq \frac{1}{\sqrt{x}}$ $(\forall x \in [1, +\infty[)$

(2) بين أن الدالة f محدودة

تمرين رقم 8

$$\text{نضع } f(x) = \sqrt{x - E(x)} - x$$

(1) حدد مجموعة التعريف

(2) حل المعادلة $f(x) = 0$

(3) بين أن $-x \leq f(x) < -x + 1$ لكل x من $\mathbb{R}$

تمرين رقم 9

لتكن f دالة عددية وبحيث :

$$3f(x) + 2f(-x) = x^3 - 5x$$

(1) أحسب $f(1)$ و $f(2)$

(2) بين أن الدالة f فردية

(3) حدد تعبير $f(x)$ بدلالة x

تمرين رقم 1

$$\text{لتكن } f \text{ دالة عددية بحيث : } f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

(1) أدرس زوجية الدالة f

(2) بين أن f مصغورة بالعدد 1

(3) أـ بين أن لكل عنصرين مختلفين x و y من $\mathbb{R}$

$$\text{لدينا : } (f(x))^2 - (f(y))^2 = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 - 1)(y^2 - 1)}$$

بـ أدرس رتابة الدالة f على المجال $]1, +\infty[$

جـ استنتج رتابة الدالة f على المجال $]-\infty, -1[$

تمرين رقم 2

$$\text{نضع } f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$$

(1) حدد مجموعة التعريف D_f وبين أن :

$$(\forall x \in \mathbb{R}) \quad -1 < f(x) < 1$$

(2) أدرس زوجية الدالة f وأدرس تغيراتها

(3) أحسب $(f \circ f)(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$

تمرين رقم 3

$$\text{نعتبر الدالة } f \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بما يلي : } f(x) = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}$$

(1) بين أن $-1 < f(x) < 1$ $(\forall x \in \mathbb{R})$

(2) أـ أدرس زوجية الدالة f

بـ أدرس رتابة الدالة f على $[0, +\infty[$

جـ استنتج رتابة الدالة f على المجال $]-\infty, 0]$

تمرين رقم 4

$$\text{نعتبر الدالتين } f(x) = \frac{2(x^2 + 1)}{(x + 1)^2} \text{ ; } g(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$$

(1) بين أن f تقبل قيمة دنيا عند النقطة $x_0 = 1$

(2) أـ تحقق أن $f(x) = 1 + (g(x))^2$

بـ أدرس رتابة الدالة f على كل من

$$[1, \infty[\text{ ; }]-1, 1] \text{ ; }]-\infty, -1[$$

تمرين رقم 5

لتكن f دالة فردية معرفة على $\mathbb{R}$ وبحيث :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 2x - 4 & : x \geq 3 \\ f(x) = \frac{-2x}{x + 3} & : 0 \leq x < 3 \end{cases}$$

(1) أحسب $f(4)$; $f(1)$; $f(-2)$; $f(-5)$

(2) أدرس رتابة الدالة f أنجز جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$

(3) أرسم منحنى الدالة f