

تمريه رقم 1

a و b و c أعداد حقيقية من \mathbb{R}^+ نعتبر الدالة f :

$$f(x) = x^2 - (b+c)x + b^2 + c^2 - bc$$

☆ اعط جدول تغيرات الدالة f

☆ استنتج أنه $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2$

تمريه رقم 2

نعتبر الدالتين :

$$g(x) = (x-1)^3 \text{ و } f(x) = \frac{-x^3 + 3x^2 - 3x + 1}{x^3}$$

$$(a) \text{ يبين أنه } T_g(x, y) = \left(x + \frac{y-3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}(y-1)^2$$

$$(b) \text{ تحقق أنه } f(x) = g\left(\frac{1}{x}\right) \text{ لكل } x \text{ من } \mathbb{R}^*$$

(c) أدرس رتبة f على \mathbb{R}_+^* و \mathbb{R}_-^*

تمريه رقم 3

نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$

⊙ حدد D_f وأحسب $(f(x))^2$ ثم استنتج أنه $1 \leq f(x) \leq 2$ يبين أنه :

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y} = \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{1-x}+\sqrt{1-y}}$$

⊙ أدرس رتبة الدالة f على $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ وعلى $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

⊙ لتكن h الدالة المعرفة على $[2, +\infty[$ بما يلي :

$$g(x) = \frac{2}{x} \text{ ونضع } h(x) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x}}$$

⊙ يبين أنه $h = f \circ g$ ثم أدرس رتبة الدالة h

تمريه رقم 4

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بـ : $f(x) = x^3 + x^2 + x$

$$-1 \text{ يبين أنه } x^2 + x(1+y) + y^2 + y + 1 > 0$$

لكل x و y من \mathbb{R}

-2 أدرس رتبة الدالة f

$$-3 \text{ لتكن } g \text{ الدالة بحيث : } g(x) = \frac{1+x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$-4 \text{ تحقق أنه } g(x) = f\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \text{ ثم أدرس رتبة الدالة } g$$

تمريه رقم 5

نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي : $g(x) = x^2 - \frac{2}{x} + 1$

⊙ يبين أنه g تزايدية قطعاً على $]1, +\infty[$

⊙ لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^3 + x - 2}}$$

-1 يبين أنه $D_f =]1, +\infty[$

$$-2 \text{ تحقق أنه } f(x) = \frac{1}{\sqrt{g(x)}} \text{ وأدرس رتبة } f$$

تمريه رقم 6

نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x}$

-1 حدد D_f و يبين أنه الدالة f مصغرة

-2 يبين أنه f مكبوتة بالعدد 1

$$-3 \text{ نضع } g(x) = \frac{2x}{x^2+1} \text{ و } h(x) = \sqrt{2x-1}$$

$$-4 \text{ يبين أنه } T_g(x, y) = \frac{1-xy}{(x^2+1)(y^2+1)}$$

-5 أدرس رتبة الدالة g على $[1, +\infty[$; $[0, 1]$

-6 تحقق أنه $f = g \circ h$ ثم أدرس رتبة الدالة f

تمريه رقم 7

$$(1) \text{ ليكن } n \text{ عدداً طبيعياً غير منعدماً ، حدد ما يلي : } E\left(\frac{n+1}{n}\right)$$

$$, E\left(\sqrt{n^2+n}\right) , E\left(\frac{2n+3}{n+1}\right)$$

$$E\left(\sqrt{4n^2+4n}\right) , E\left(\sqrt{(n+1)(n+3)}\right)$$

$$(2) \text{ حل في المجموعة } \mathbb{R} \text{ المعادلات التالية : } E(1-2x) = 3$$

$$E(x^2 - 3x + 3) = 1 , E(\sqrt{x-2}) - 2 = 0$$

(4) حل في \mathbb{R} المتراجحات التالية :

$$2E\left(\frac{2}{x-1}\right) \leq 3 , E(x) \geq 2 , E(3-x) < 1$$

تمريه رقم 8

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = E(2x) - 2x$

(1) يبين أنه الدالة f دورية دورها $T = 1$

(2) أكتب تعبير $f(x)$ على كل من $[0, 1[$ و $[1, 2[$

(3) أسمى المنحنى (C_f) على المجال $[-3, 5[$