

التمرين الأول

1) نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x^2 + 3}$

بين أن f مكبورة بالعدد 1 ومصغورة بالعدد -1

2) نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 3}$

أ- بين أن f مكبورة بالعدد 1 ومصغورة بالعدد 0
ب- أحسب $f(0)$ ماذا تستنتج ؟

3) نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$f(x) = x\sqrt{1+x^2} - x^2$$

بين أن الدالة f مكبورة بالعدد $\frac{1}{2}$

4) لتكن f دالة بحيث : $f(x) = \frac{x - 2\sin x}{|x| + 3}$

أ- بين أن $|x - 2\sin x| \leq |x| + 2$ لكل x من $\mathbb{R}$
ب- استنتج أن الدالة f محدودة

5) نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x \cos x}{x^2 + 1}$

✎ بين أن $x^2 + 1 \geq 2|x|$ لكل x من $\mathbb{R}$
✎ استنتج أن الدالة f محدودة

6) لتكن f دالة معرفة بما يلي : $f(x) = \frac{4x+3}{\sqrt{x^2+1}}$

✎ أحسب $(4x+3)^2 + (3x-4)^2$
✎ استنتج أن الدالة f محدودة

التمرين الثاني

1) نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x}{x^2 + x + 1}$

أ- حدد مجموعة التعريف D_f

ب- بين أن f تقبل قيمة قصوى مطلقة عند النقطة 1
ج- بين أن f تقبل قيمة دنيا مطلقة عند النقطة -1

2) f دالة معرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 1}{x^2 + 1}$

أ- حدد مجموعة التعريف D_f

ب- بين أن f تقبل قيمة قصوى مطلقة عند النقطة 1
ج- بين أن f تقبل قيمة دنيا مطلقة عند النقطة -1

3) نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - x + 1}$

حدد مجموعة تعريف الدالة f وبين أن

$$\max f(x) = 3 = f(2) \quad \text{و} \quad \min f(x) = -1 = f(0)$$

4) لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x) = \frac{|x|}{x^2 + 2}$$

أ- بين أن $f(x) < 1$ لكل x من $\mathbb{R}^+$

ب- استنتج أن الدالة f محدودة

ج- بين أن $\max f(x) = \frac{\sqrt{2}}{4}$

التمرين الثالث

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين بما يلي :

$$g(x) = x^2 \quad \text{و} \quad f(x) = \frac{x+2}{x-1}$$

1) أنجز جول تغيرات كل من f و g

2) أرسم في نفس المعلم المنحنيين (C_g) و (C_f)

3) حل مبيانيا المتراجحة $\frac{x+2}{x-1} \geq x^2$

4) حدد مبيانيا $f([2, +\infty[)$

التمرين الرابع

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 2} \quad \text{نضع}$$

1) أدرس زوجية الدالة f

2) بين أن f مكبورة بالعدد 1

3) بين أن $\min f(x) = f(0)$

4) أدرس تغيرات الدالة f

5) بين أن $f(\mathbb{R}) = [0, 1[$

التمرين الخامس

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{10-x}$$

1) حدد مجموعة تعريف الدالة f

2) بين أن لكل x من D_f لدينا $10-x$ ينتمي إلى D_f

ثم أحسب $f(10-x)$

3) بين أن f تزايدية على المجال $[0, 5]$ واستنتج رتابة

الدالة f على المجال $[5, 10]$

4) قارن العددين $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ و $\sqrt{3} + \sqrt{7}$

٥ : الماتية