

التمرين 1:

حدد مجموعة تعريف الدالة f في كل من الحالات التالية:

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2-2x-15}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2|x-1|}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2-x-2}{x^2+3x+2}}$$

$$f(x) = \frac{x-7}{x^2-2|x|-15}$$

$$f(x) = \tan x + \sin x$$

$$f(x) = 2 \cos x + 3 \sin x$$

$$f(x) = \frac{2 \cos x + \sqrt{3}}{2 \cos x - \sqrt{3}}$$

$$f(x) = \frac{\sin x}{2 \cos x - 1}$$

$$f(x) = \sqrt{\cos x - \sin x}$$

$$f(x) = \sqrt{\tan x - \sqrt{3}}$$

التمرين 2:

أدرس زوجية الدالة f في كل من الحالات التالية:

$$f(x) = \frac{x^2-1}{|x+1|+|x-1|}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{x-3}{x^2-2x-3}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x+1}} + \sqrt{\frac{x+1}{1-x}}$$

$$f(x) = \tan x + \sin x$$

$$f(x) = \cos x + \sin^2 x$$

$$f(x) = \frac{2 \cos x + \sqrt{3}}{2 \cos x - \sqrt{3}}$$

$$f(x) = \frac{\sin x}{2 \cos x - 1}$$

التمرين 3:

أدرس دورية الدالة f و حدد دورها في كل من الحالات التالية:

$$f(x) = \sqrt{x+18}$$

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 1$$

$$f(x) = \tan x + \sin x$$

$$f(x) = \cos x + \sin x$$

$$f(x) = |\sin x|$$

$$f(x) = \cos^2 x$$

$$f(x) = \cos(3x) + \sin(2x)$$

$$f(x) = \cos(4x)$$

$$f(x) = \frac{2 \cos x + \sqrt{3}}{2 \cos x - \sqrt{3}}$$

$$f(x) = \frac{\sin x}{2 \cos x - 1}$$

التمرين 4:

نعتبر f دالة عددية زوجية معرفة في R و دورية ، دورها 2

بحيث: $(\forall x \in [0;1]): f(x) = 2x - 1$.

1. أحسب $f(2k)$ و $f(2k+1)$ لكل عدد صحيح نسبي k .

2. صغ $f(x)$ بحسب المجال:

$$x \in [-1;0]$$

$$x \in [1;2]$$

$$x \in [-2;-1]$$

3. مثل منحنى f في المستوى المنسوب لمعلم متعامد ممنظم.

4. بين أن:

$$(\forall x \in R \setminus \{2k+1/k \in Z\}): f(x) = 2(|x| - E(|x|))(-1)^{E(|x|)} - 1$$

(تذكير: $E(x)$ هو الجزء الصحيح للعدد x)

التمرين 5:

نعتبر f دالة عددية فردية معرفة في R و دورية ، دورها 3

بحيث: $(\forall x \in [0; \frac{3}{2}]): f(x) = x(x-3)$.

1. أحسب $f(3k)$ و $f(3k + \frac{3}{2})$ ثم $f(\frac{3k}{2})$ لكل عدد صحيح نسبي k .

2. صغ $f(x)$ بحسب المجال:

$$x \in [-\frac{3}{2}; 0]$$

$$x \in [\frac{3}{2}; 3]$$

$$x \in [-3; -\frac{3}{2}]$$

3. مثل منحنى f في المستوى المنسوب لمعلم متعامد ممنظم.

التمرين 6:

نعتبر دالة عددية f معرفة على D_f و دالة عددية g معرفة

على D_g بحيث:

$$D_f \subset R \text{ و } D_g \subset R \text{ و } D_f \neq \emptyset \text{ و } D_g \neq \emptyset$$

$$(\forall x \in D_g): -x \in D_g \text{ و } (\forall x \in D_f): -x \in D_f$$

1. نضع لكل x من D_f :

$$i(x) = \frac{1}{2}(f(x) - f(-x)) \text{ و } p(x) = \frac{1}{2}(f(x) + f(-x))$$

1.1. حدد زوجية الدالتين i و p .

1.2. استنتج أن f هي مجموع دالة زوجية و أخرى فردية.

2. نفترض أن $D_f \cap D_g \neq \emptyset$.

2.1. نعتبر عددين حقيقيين α و β . حدد زوجية الدالة

$\alpha.f + \beta.g$ علما أن f و g لهما نفس الزوجية.

2.2. أدرس زوجية الدالتين fg و $\frac{f}{g}$ بحسب زوجية f

و g .

3. نفترض أن $f(D_f) \cap D_g \neq \emptyset$. حدد زوجية $g \circ f$

في كل من الحالات التالية:

3.1. f زوجية

3.2. f و g فرديتان

3.3. f فردية و g زوجية.

التمرين 7:

حل في R المعادلات التالية:

$$\begin{array}{l|l} E(5x) = -8 & E(3x-1) = 11 \\ E\left(\frac{1}{x}\right) = 10 & 2E\left(\frac{x}{2}\right) = -1 \\ E(-x) = -E(x) & 2E(x) + 1 = |3E(x) - 1| \\ E(2x) = 2x & E(x) = 3x - 2 \end{array}$$

التمرين 8:

بين ما إذا كانت الدالة f مكبورة أو مصغورة أو محدودة على مجموعة تعريفها:

$$\begin{array}{l|l} f(x) = 2x^2 + x + 3 & f(x) = |2x+1| + x \\ f(x) = \cos^2 x + 3 \sin x & f(x) = \cos x + \sin x \\ f(x) = \sqrt{4x-x^2} & f(x) = \frac{x+1}{x^2+1} \\ f(x) = x + \sqrt{x^2+1} & f(x) = x + \sqrt{1-x^2} \end{array}$$

التمرين 9:

أدرس إشارة الدالة f على مجموعة تعريفها:

$$\begin{array}{l|l} f(x) = -2x^2 + 4x + 5 & f(x) = |2x-1| - |3x-1| \\ f(x) = 2 \sin^2 x + \sin x & f(x) = \cos x + \sin x \\ f(x) = \frac{1-\sin x}{1-\cos x} & f(x) = \frac{2x-1}{2x+1} \\ f(x) = x + \sqrt{x^2-1} & f(x) = -x + \sqrt{1-x^2} \end{array}$$

التمرين 10:

قارن الدالتين f و g على مجموعتي تعريفهما:

$$\begin{array}{l|l} g(x) = \sqrt{x^2+2x} & f(x) = x+1 \\ g(x) = 2x^2 - x + 5 & f(x) = x^2 - 5x + 1 \\ g(x) = x - 2 & f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x-1} \\ g(x) = \frac{1+\cos x}{1+\sin x} & f(x) = \frac{1-\sin x}{1-\cos x} \end{array}$$

التمرين 11:

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة ب:

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$$

- حدد مجموعة تعريف f .
- هل f زوجية؟ فردية؟
- بين أن 3 هي القيمة القصوى المطلقة للدالة f .

4. بين أن $\frac{1}{3}$ هي القيمة الدنيا المطلقة للدالة f .

5. ناقش و حل المعادلة $f(x) = m$ في R حيث m باراميتر من R .

التمرين 12:

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة ب:

$$f(x) = x^3 - 3x^2$$

- هل f زوجية؟ فردية؟
- صغ $f(2-x)$ بدلالة $f(x)$.
- بين أن 0 هي قيمة قصوى نسبية للدالة f .
- استنتج أن -4 هي قيمة دنيا نسبية للدالة f .
- هل f مكبورة؟ مصغورة؟
- أدرس رتبة الدالة f على المجالات التالية:
 $]-\infty; 0]$ و $[0; 2]$ و $[2; +\infty[$
- استنتج جدول تغير الدالة f .
- ما هي المطارف الأخرى للدالة f ؟

التمرين 13:

نعتبر f دالة عددية معرفة على مجال I نحو مجال J .

نفترض أن f دالة رتيبة قطعاً على I وأن $J = f(I)$.

- بين أن f تطبيق تقابلي من المجال I نحو المجال J .
- بين أنه إذا كان $0 \in J$ فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً في المجال I .
- استنتج أنه إذا كان a و b من I بحيث $f(a)f(b) < 0$ فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً في المجال I .
- بين أن المعادلة $x^3 + x - 1 = 0$ تقبل حلاً وحيداً في المجال $[0; 1]$.

التمرين 14:

لتكن f و g الدالتين المعرفتين ب:

$$g(x) = \sqrt{x-2} \text{ و } f(x) = \frac{1}{3}(x^2 - 2x)$$

و ليكن (C_f) و (C_g) المنحنيين الممثلين على التوالي

للدالتين f و g في معلم متعامد منظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- تحقق من أن (C_f) و (C_g) يتقاطعان في $A(2; 0)$ و $B(3; 1)$.

2. أنشئ المنحنيين (C_f) و (C_g) .

3. حدد مياني $g([2; 3])$ و $g([3; +\infty[)$.

4. نعتبر الدالة العددية $h = fog$.

أدرس تغيرات الدالة h على مجموعة تعريفها D_h .