

التمارين

التمرين الأول

نعتبر المجموعة $A_m = \{x \in \mathbb{R} / |x-2| < m\}$ و $m \in \mathbb{R}_+^*$

حد m كي يكون $A_m \subset]1,5[$

حد m كي يكون $A_m \cap]1,5[= \emptyset$

التمرين الثاني

حد بتفصيل المجموعة

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 / 2x^2 + xy - y^2 - 5 = 0\}$$

حد تقاطع المجموعتين

$$B = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{4} / k \in \mathbb{Z} \right\} \quad A = \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{3k'\pi}{4} / k' \in \mathbb{Z} \right\}$$

التمرين الثالث

E مجموعة غير فارغة A و B و C أجزاء من E

يبه ما يلي :

$$A \subset B \Rightarrow \bar{B} \subset \bar{A} \quad \spadesuit$$

$$A \subset B \Rightarrow A \cap \bar{B} = \emptyset \quad \spadesuit$$

$$A \cap (B - C) = (A \cap B) - C \quad \spadesuit$$

$$(A - B) - C = (A - B) \cap (A - C) \quad \spadesuit$$

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C) \quad \spadesuit$$

التمرين الرابع

$$E = \left\{ (x, y) \in \mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^* / \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \right\}$$

\Leftarrow يبه أه : لكل (x, y) من $\mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^*$ لدينا :

$$(x, y) \in E \Leftrightarrow (x-5)(y-5) = 25$$

\Leftarrow حد المجموعة E بتفصيل

التمرين الخامس

بسط ما يلي :

$$A \cup (A \cap B) \quad (1)$$

$$(A \cup B) \cap (B \cap C) \cap (C \cup A) \quad (2)$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B) \quad (3)$$

$$\overline{[(A \cap B) \cap (A \cap C)]} \cup A \quad (4)$$

$$\overline{A \cup B} \cap \overline{B \cup A} \quad (5)$$

التمرين السادس

E مجموعة غير فارغة A و B و C أجزاء من E

يبه ما يلي :

$$(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C) \quad \spadesuit$$

$$A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C) \quad \spadesuit$$

$$A \cup (B \Delta C) = (A \cup B) \Delta (A \cup C) \quad \spadesuit$$

$$(A \cap B = A) \Leftrightarrow (A \subseteq B) \quad \spadesuit$$

$$(A \cup B = B \cap C) \Leftrightarrow (A \subseteq B \subseteq C) \quad \spadesuit$$

التمرين السابع

A و B و C أجزاء من E أثبت ما يلي :

$$A \subset B \subset C \Rightarrow A \cup B = B \cap C \quad \odot$$

$$\begin{cases} A \cap B = A \cap C \\ A \cup B = A \cup C \end{cases} \Rightarrow B = C \quad \odot$$

$$\begin{cases} A \cap B = B \cup C \\ A \cup B = A \cap C \end{cases} \Rightarrow A = B = C \quad \odot$$

$$\begin{cases} A \cup B = C \\ A \cap C = B \end{cases} \Rightarrow A = B = C \quad \odot$$

$$\begin{cases} A \cap B = A \cap C \\ \bar{A} \cap B = \bar{A} \cap C \end{cases} \Rightarrow B = C \quad \odot$$

$$A - B = A \Leftrightarrow B - A = B \quad \odot$$

التمرين الثامن

E مجموعة غير فارغة و $P(E)$ مجموعة أجزاء من E

$$[(\forall A \in P(E)) A \cup X = E] \Rightarrow X = E \quad \spadesuit$$

$$[(\forall A \in P(E)) A \cap X = A] \Rightarrow X = E \quad \spadesuit$$

$$[(\forall A \in P(E)) A \cup X = A] \Rightarrow X = \emptyset \quad \spadesuit$$

$$[(\forall A \in P(E)) A \cap X = \emptyset] \Rightarrow X = \emptyset \quad \spadesuit$$

التمرين التاسع

E مجموعة غير فارغة A و B أجزاء من E ونعتبر

$$X \in P(E) \quad \text{المعادلة } A \cup X = B \quad (\alpha)$$

1- حد الشرط اللازم كي تقبل المعادلة (α) حلا

2- حد حلا للمعادلة (α)

3- ليكن X حلا للمعادلة (α) .

(أ) يبه أه $(B - A) \subset X \subset B$

(ب) ثم استنتج حلول المعادلة (α)