

التمرين الأول

حدد بتفصيل كل من المجموعات التالية :

$$(1) \quad A = \left\{ x \in \mathbb{Z} / \frac{2|x|-1}{3} \leq 1 \right\} \quad (2) \quad B = \left\{ \frac{x}{x+1} > 1 / x \in \mathbb{R} \right\} \quad (3) \quad C = \left\{ x \in \mathbb{Z} / \frac{x+6}{x+3} \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$(4) \quad D = \left\{ x \in]-\pi, \pi[/ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3} ; k \in \mathbb{Z} \right\} \quad (5) \quad E = \left\{ (x, y) \in \mathbb{Z}^2 / xy - 7x - 5y + 9 = 0 \right\}$$

$$(6) \quad F = \left\{ (x, y) \in \mathbb{Z}^2 / x^2 - y^2 = 4 \right\} \quad (7) \quad G = \left\{ (-1)^n - (-1)^m / n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N} \right\}$$

التمرين الثاني :

نضع $B = \left\{ \frac{x}{x+1} / x \in \mathbb{R}^+ \right\}$ بين أن $B = [0, 1[$	نضع $A = \left\{ \frac{3x+3}{2x+2} / x \in \mathbb{R} \right\}$ و $B = \left\{ \frac{1}{2x+2} / x \in \mathbb{R} \right\}$ بين أن $A = B$
نضع $F = \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3} / k \in \mathbb{Z} \right\}$ و $E = \left\{ (2k'+1)\pi / k' \in \mathbb{Z} \right\}$ بين أن $E \subseteq F$ هل $F \subseteq E$ ؟	نضع $A = \left\{ 6k'+1 / k' \in \mathbb{Z} \right\}$ و $B = \left\{ 3k-2 / k \in \mathbb{Z} \right\}$ بين أن $A \subseteq B$

التمرين الثالث :

$$\text{نضع } E = \left\{ \frac{3k+4}{12} / k \in \mathbb{Z} \right\} \text{ و } F = \left\{ \frac{6k-1}{12} / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

أ. تحقق أن $\frac{1}{3} \in E$ و $\frac{1}{3} \notin F$

ب. بين أن $F \subseteq E$

ج. هل $E = F$ ؟

التمرين الرابع

$$\text{نضع } A = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3} / k \in \mathbb{Z} \right\} \text{ و } B = \left\{ \frac{-5\pi}{12} + k'\pi / k' \in \mathbb{Z} \right\} \text{ بين أن } B \subseteq A \text{ هل } A \subseteq B \text{ ؟}$$

التمرين الخامس

$$\text{نضع } A = \left\{ \frac{3x+3}{2x+2} / x \in \mathbb{R} \right\} \text{ و } B = \left\{ \frac{1}{2x+2} / x \in \mathbb{R} \right\} \text{ بين أن } A = B$$

التمرين السادس :

ليكن x, y من $\mathbb{Z}$ أ. بين أن : $(x-y \text{ عدد زوجي}) \Leftrightarrow (x+y \text{ عدد زوجي})$ ب. حدد بتفصيل المجموعة : $E = \left\{ (x, y) \in \mathbb{Z}^2 : x^2 - y^2 = 12 \right\}$	نضع $E = \left\{ a + b\sqrt{2} / (a, b) \in \mathbb{Z}^2 \right\}$ أ. بين أن $E \neq \emptyset$ ب. ليكن u من E بين أن $\frac{1}{u} \in E$ و $u^2 \in E$ ج. بين بالترجع أن $u^n \in E$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)
--	---

التمرين السابع :

$$\text{ليكن } a \text{ و } b \text{ عنصرين من } \mathbb{R} \text{ نعتبر المجموعة } E = \left\{ n \in \mathbb{Z} / E(na) = E(nb) \right\}$$

(1) نفترض أن $a < b$ و نضع $\alpha = \frac{1}{b-a}$ بين أن $E \subseteq]-\alpha, \alpha[$

(2) استنتج أنه إذا كان $E = \mathbb{Z}$ فإن $a = b$

التمرين الثامن :

نضع $A = \{x = \sqrt{n^2 + 1} - n / n \in \mathbb{N}\}$ (1) بين أن $A \subset]0,1[$ (2) حل في $\mathbb{N}$ المعادلة $\sqrt{n^2 + 1} - n = \frac{1}{2}$ هل $A =]0,1[$ ؟	نعتبر المجموعتين $B = \{1, 2, a, b\}$; $A = \{1, 4\}$ $E = \{1, 2, 3, 4, a, b, c\}$ 1- حدد X من $P(E)$ بحيث $A \cap X = A$ 2- حدد Y من $P(E)$ بحيث $A \cup Y = A$
--	---

التمرين التاسع :

E مجموعة غير فارغة A و B و C أجزاء من E بين ما يلي :

$$(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C) \quad \checkmark$$

$$A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C) \quad \checkmark$$

$$(A \cap B = A) \Leftrightarrow (A \subseteq B) \quad \checkmark$$

$$(A \cup B = B \cap C) \Leftrightarrow (A \subseteq B \subseteq C) \quad \checkmark$$

التمرين العاشر

E مجموعة غير فارغة و $P(E)$ مجموعة أجزاء E أثبت :

$$[(\forall A \in P(E)) A \cup X = E] \Rightarrow X = E \quad \checkmark$$

$$[(\forall A \in P(E)) A \cap X = \emptyset] \Rightarrow X = \emptyset \quad \checkmark$$

التمرين الحادي عشر

E مجموعة غير فارغة A و B أجزاء من E ونعتبر المعادلة $A \cup X = B$ حيث $(\alpha) X \in P(E)$

1- حدد الشرط اللازم كي تقبل المعادلة (α) حلا

2- حدد حلا للمعادلة (α)

3- ليكن X حل للمعادلة (α) بين أن $(B - A) \subset X \subset B$ ثم استنتج حلول المعادلة (α)

التمرين الثاني عشر :

A و B و C أجزاء من E أثبت ما يلي :

$$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C) \quad \checkmark$$

$$(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C) \quad \checkmark$$

$$\overline{A \times B} = (\overline{A} \times E) \cup (E \times \overline{B}) \quad \checkmark$$

A و B و C أجزاء من E أثبت ما يلي :

$$\begin{cases} A \cap B = A \cap C \\ A \cup B = A \cup C \end{cases} \Rightarrow B = C \quad \text{☺}$$

$$\begin{cases} A \cup B = C \\ A \cap C = B \end{cases} \Rightarrow A = B = C \quad \text{☺}$$

$$A - B = A \Leftrightarrow B - A = B \quad \text{☺}$$

التمرين الثالث عشر

نعتبر المجموعتين $A = \left\{ \frac{9a+4}{3a+2} / a \in \mathbb{R}^{**} \right\}$ و $B = \left\{ \frac{9x+4y}{3x+2y} / (x,y) \in \mathbb{R}^{**} \times \mathbb{R}^{**} \right\}$

(1) بين أن $A \subseteq B$

(2) بين أن $B \subseteq]2,3[$

(3) بين أن $A \subseteq]2,3[$ ثم استنتج أن $B =]2,3[$