هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

التمرين 1:

نعتبر التطبيق $f : R \to R$, $x \mapsto x^2 + 6x + 8$

1. بين أن $(\forall x \in R) : f(x) \geq -1$.
2. استنتج أن $f(R) = [-1;+\infty[$.
3. هل التطبيق f تباييني؟ شمولي؟
4. حدد الصور التالية:
   - $f^{-1}([-8;-2[)$
   - $f^{-1}(]-\infty;0[)$
   - $f^{-1}([-10,1[)$
   - $f(]0;5])$
   - $f([-7;-3])$
   - $f(]-5;5[)$
5. نعتبر g قصور f على المجال $[-3;+\infty[$. تحقق من أن g تطبيق تباييني.
6. لبكن التطبيق $h : [-3;+\infty[\to [-1;+\infty[$, $x \mapsto x^2 + 6x + 8$
   - بين أن h تقابل و حدد تطبيقه العكسي h^{-1}.
   - حدد التطبيق $h^{-1} o f$.

التمرين 2:

نعتبر التطبيق $f : R \setminus \{5\} \to R$, $x \mapsto \dfrac{2x-1}{x-5}$

1. بين أن $(\forall x \in R \setminus \{5\}) : f(x) \neq 2$.
2. حدد $f(R \setminus \{5\})$.
3. تحقق من أن f تباييني.
4. هل التطبيق f شمولي؟
5. حدد الصور التالية:
   - $f^{-1}([-8;2[)$
   - $f^{-1}(]-\infty;9[)$
   - $f(]0;4])$
   - $f\left(\left[\dfrac{21}{4};+\infty\right[\right)$
   - $f(]-5;5[)$
6. لبكن التطبيق $g :]5;+\infty[\to]2;+\infty[$, $x \mapsto \dfrac{2x-1}{x-5}$

بين أن g تقابل و حدد تطبيقه العكسي g^{-1}.

التمرين 3:

ليكن f تطبيقا من E نحو F ، $A \subset E$ ، $B \subset E$ ، $C \subset F$ و $D \subset F$.

1. بين ما يلي:
   - $A \subset f^{-1}(f(A))$
   - $f(f^{-1}(C)) \subset C$
   - $f(A) \cup f(B) = f(A \cup B)$
   - $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$
   - $f^{-1}(C) \cup f^{-1}(D) = f^{-1}(C \cup D)$
   - $f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D) = f^{-1}(C \cap D)$
2. اقترح مثالا مضادا في كل حالة، يبين أن:
   - $f^{-1}(f(A)) \not\subset A$
   - $C \not\subset f(f^{-1}(C))$
   - $f(A) \cap f(B) \not\subset f(A \cap B)$
3. بين أن:
   - f تباييني $\Leftrightarrow f^{-1}(f(A)) = A$
   - f شمولي $\Leftrightarrow C = f(f^{-1}(C))$
   - f تباييني $\Leftrightarrow f(A) \cap f(B) = f(A \cap B)$

التمرين 4:

ليكن f تطبيقا من E نحو F و g تطبيقا من F نحو G.

1. بين أنه:
   - (f و g تباينيان) $\Rightarrow$ (gof تباييني)
   - (f و g شموليان) $\Rightarrow$ (gof شمولي)
   - (f و g تقابليان) $\Rightarrow$ (gof تقابلي)
2. بين أنه:
   - (gof تباييني) $\Rightarrow$ (f تباييني)
   - (gof شمولي) $\Rightarrow$ (g شمولي)
   - (gof تقابلي) $\Rightarrow$ (g شمولي و f تباييني)

التمرين 5:

لتكن E مجموعة و $A \subset E$ و $B \subset E$.

نعتبر التطبيق:

$$\mathcal{P}(E) \xrightarrow{f} \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B)$$
$$X \longmapsto f(X) = (A \cap X, B \cap X)$$

1. بين أن (f تباييني) $\Leftrightarrow A \cup B = E$
2. بين أن (f شمولي) $\Leftrightarrow A \cap B = \phi$
3. حدد الشرط اللازم و الكافي لكي يكون f تقابلا. ما هو تقابله العكسي f^{-1} ؟

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma