

المجموعات و التطبيقات

(1) المجموعات

1- كتابة مجموعة بتفصيل أو بإدراك

أنشطة 1- لتكن D_6 مجموعة القواسم الموجبة للعدد 6 لدينا $D_6 = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ يقسم } 6\}$

ولدينا $D_6 = \{1, 2, 3, 6\}$

الكتابة الأولى تسمى كتابة D_6 بإدراك والكتابة الثانية تسمى كتابة D_6 بتفصيل

2- لتكن A مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية التي مربعاتها أصغر من 30
أكتب A بتفصيل و بإدراك
خلاصة لتكن E مجموعة

يمكن كتابة المجموعة E بطريقتين

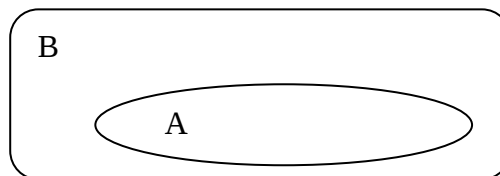
- بتفصيل أي بكتابة جميع عناصر E
- بإدراك وذلك بتحديد علاقة مميزة لعناصرها

2 - التضمن

لتكن A و B مجموعتين

نقول ان A ضمن B أو B يتضمن A اذا كان كل عنصر من A هو أيضا عنصر من B

أي أن $A \subset B \Leftrightarrow (x \in A \Rightarrow x \in B)$



ملاحظة

لكل مجموعة E $E \subset E$ و $\emptyset \subset E$

خاصية A و B و C ثلاث مجموعات $(A \subset B \text{ و } B \subset C) \Rightarrow A \subset C$

3 - مجموعة أجزاء مجموعة

لتكن E مجموعة ؛ المجموعة المكونة من جميع أجزاء E تسمى مجموعة أجزاء E ونرمز لها ب $\mathcal{P}(E)$

أي أن $A \subset E \Leftrightarrow A \in \mathcal{P}(E)$

ملاحظة $\emptyset \in \mathcal{P}(E)$ و $E \in \mathcal{P}(E)$

مثال $E = \{a, b, c\}$ حدد المجموعة $\mathcal{P}(E)$

4 - تساوي مجموعتين

لتكن A و B جزئين من المجموعة E

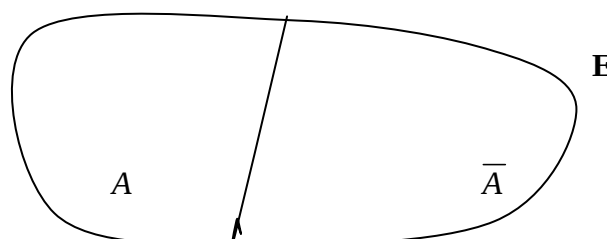
نقول أن A و B متساويتان و نكتب $A=B$ اذا و فقط اذا كان $A \subset B$ و $B \subset A$ أي $x \in A \Leftrightarrow x \in B$

5 - المتممة

تعريف لتكن A جزءا من المجموعة E

مجموعة عناصر E التي لا تنتمي إلى A تسمى متممة A في E

ونرمز لها ب $\bar{A}$ أو $C_E^A = \{x \in E / x \notin A\}$



$$\begin{aligned} \overline{\overline{A}} &= A \quad \text{خاصية 1-} \\ A \subset B &\Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A} \quad \text{2-} \\ C_E^\emptyset &= E \text{ و } C_E^E = \emptyset \quad \text{3-} \\ &\text{برهان} \end{aligned}$$

6 - التقاطع والإتحاد

أ - التقاطع **تقاطع المجموعتين** A و B هو المجموعة التي نرمل لها ب $A \cap B$ و المكونة من العناصر التي تنتمي إلي A و إلي B

$$\begin{aligned} x \in A \cap B &\Leftrightarrow x \in A \text{ و } x \in B \\ A \cap B &= \{x \in E / x \in A \text{ و } x \in B\} \end{aligned}$$

مثال حدد المجموعة $D_6 \cup D_8$ تقاطع مجموعة القواسم الموجبة لـ 6 و D_6 ومجموعة القواسم الموجبة لـ 8 D_8 خاصيات لتكن A و B و C أجزاء من المجموعة E

$$\begin{aligned} A \cap B &\subset A \text{ و } A \cap B \subset B \quad \text{1-} \\ A \cap B &= B \cap A \text{ و } A \cap \emptyset = \emptyset \text{ و } A \cap A = A \quad \text{2-} \\ A \cap (B \cap C) &= (A \cap B) \cap C \quad \text{3-} \\ A \cap B &= A \Leftrightarrow A \subset B \quad \text{4-} \end{aligned}$$

ب - الإتحاد **إتحاد المجموعتين** A و B هو المجموعة التي نرمل لها ب $A \cup B$ و المكونة من العناصر التي تنتمي إلي A أو تنتمي إلي B

$$\begin{aligned} x \in A \cup B &\Leftrightarrow x \in A \text{ و } x \in B \\ A \cup B &= \{x \in E / x \in A \text{ و } x \in B\} \end{aligned}$$

مثال أكتب بتفصيل $D_6 \cup D_8$

$$\begin{aligned} \text{خاصيات لتكن A و B و C أجزاء من المجموعة E} \\ A \cap B &\subset A \cup B \text{ و } B \subset A \cup B \text{ و } A \subset A \cup B \quad \text{1-} \\ A \cup B &= B \cup A \text{ و } A \cup \emptyset = A \text{ و } A \cup A = A \quad \text{2-} \\ A \cup (B \cup C) &= (A \cup B) \cup C \quad \text{3-} \\ A \cup B &= A \Leftrightarrow B \subset A \quad \text{4-} \end{aligned}$$

ج - التقاطع والإتحاد

$$\begin{aligned} A \cap (B \cup C) &= (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cap C) &= (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{aligned} \quad \text{خاصية 1}$$

$$\begin{aligned} \overline{A \cap B} &= \overline{A} \cup \overline{B} \\ \overline{A \cup B} &= \overline{A} \cap \overline{B} \end{aligned} \quad \text{خاصية 2 - (قانون موركان loi de morgan)}$$

7 - فرق مجموعتين

تعريف

لتكن A و B جزئين من المجموعة E
فرق المجموعتين A و B في هذا الترتيب هو المجموعة المكونة من العناصر التي تنتمي إلي A ولا تنتمي إلي B ونرمل لها ب $A \setminus B$

$$A \setminus B = \{x \in E / x \in A \text{ و } x \notin B\}$$

مثال $D_8 \setminus D_6 = \dots\dots\dots$

$$\begin{aligned} A \setminus B &= A \cap C_E^B \\ A &= (A \setminus B) \cup (A \cap B) \end{aligned} \quad \text{خاصية}$$

ملاحظة المجموعة $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

تسمى الفرق التماثلي للمجموعتين A و B ونرمز له ب $A \Delta B$

8 - الجداء الديكارتي

تعريف E و F مجموعتين

الجداء الديكارتي $E \times F$ للمجموعتين E و F هو مجموعة الأزواج (x, y) حيث $x \in E$ و $y \in F$

$$E \times F = \{(x, y) / x \in E \text{ و } y \in F\}$$

$$(x, y) \in E \times F \Leftrightarrow x \in E \text{ و } y \in F$$

ملاحظة -

1- $E \times E = E^2$ هي المربع الديكارتي للمجموعة E

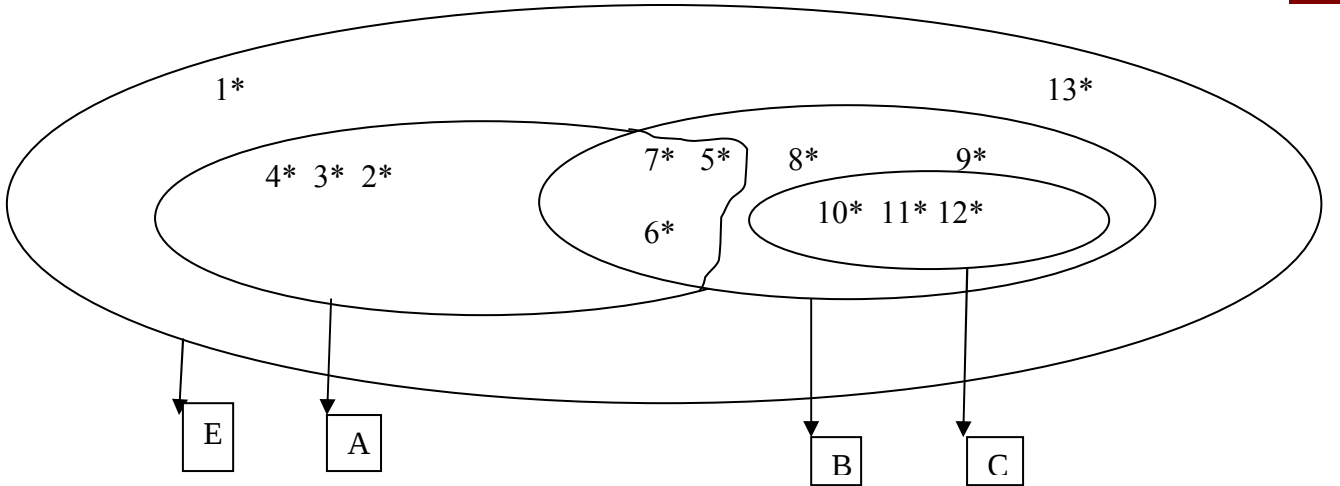
2- إذا كان $E = \emptyset$ أو $F = \emptyset$ فإن $E \times F = \emptyset$

$$\mathbb{R}^2 = \{(x, y) / x \in \mathbb{R} \text{ و } y \in \mathbb{R}\}$$

$$\mathbb{N}^2 = \{(x, y) / x \in \mathbb{N} \text{ و } y \in \mathbb{N}\} \quad \text{مثال}$$

$$\mathbb{N} \times \mathbb{Z} = \{(x, y) / x \in \mathbb{N} \text{ و } y \in \mathbb{Z}\}$$

تطبيق نعتبر مخطط فان جانبه



1- حدد بتفصيل المجموعات التالية A و B و E و $A \cap B$ و $A \cup B$ و $(B \setminus A)$ و $(A \setminus B)$ ونرمز له ب $A \Delta B$

2- بين أن $C \subset B$ وحدد $B \setminus C$ ثم بين أن $B \setminus C = C_B^C$

3- حدد بتفصيل C_E^A و C_E^B و $C_E^{A \cap B}$ و $C_A^{A \cap B}$ و $C_E^{A \cup B}$

4- حدد $(A \setminus B) \cap (B \setminus A)$ و $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

5- حدد $A \Delta B$ و $A \Delta E$ و $C \Delta B$