

التمرين الأول

حدد نفي و قيمة الحقيقة لكل من العبارات التالية :

$(\exists m \in \mathbb{R}) (\forall x \in \mathbb{R}^+) \frac{1+\sqrt{x}}{2} \leq m$	$(\forall x \in \mathbb{R}^+) (\forall y \in \mathbb{R}^+) x + y > xy$	$(\forall x \in \mathbb{R}) \frac{x}{1+x^2} \leq \frac{1}{2}$
$(\forall x \notin \mathbb{Q}) x + \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$	$(\exists x \notin \mathbb{Q}) (\exists y \notin \mathbb{Q}) xy \in \mathbb{Q}$	$(\forall a \in \mathbb{R}) (\exists b \in \mathbb{R}) a^2 + b^2 = 1$

التمرين الثاني

أثمن النصوص التالية للحصول على عبارات صحيحة كـ

$$(\forall x \in \mathbb{R}^+) \sqrt{x} > 2 \Leftrightarrow \dots \quad , \quad (\forall x \in \mathbb{R}) x^2 \leq 16 \Leftrightarrow \dots$$

$$(\forall x \in \mathbb{R}^*) \frac{1}{x} < x \Leftrightarrow \dots \quad , \quad (\forall x \in \mathbb{R}) x^2 \leq x \Leftrightarrow \dots$$

التمرين الثالث

باستعمال البرهان بالمضاد للعکس يبيه ما يلي :

$$(\forall (a,b) \in [2, +\infty[^2) a \neq b \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{4}{a^2}} \neq \sqrt{1 - \frac{4}{b^2}} \quad (1)$$

$$a \neq -2b \Rightarrow \frac{a-b}{a+b} \neq 3 \quad \text{لذلك } a+b \neq 0 \quad \text{و } a \neq b \quad (2)$$

$$(xy \neq 1 \quad \text{و } y \neq x) \Rightarrow \left(\frac{x}{x^2+x+1} \neq \frac{y}{y^2+y+1} \right) \quad \text{لدينا } x \in \mathbb{R} \quad \text{و } y \in \mathbb{R} \quad (3)$$

$$P \quad \text{أ- حدد نفي العبارة : } "(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) x^2 + y - xy = 0" \quad (4)$$

ب- يبيه أن العبارة P خاطئة

التمرين الرابع

$$\sqrt{x-1} - \sqrt{11-x} \geq 2 \quad (2) \quad \text{حل المتراجحتين التالية : } \sqrt{x^2 - 5x + 6} > x + 4 \quad (1) \quad (1)$$

$$(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R}): [a \neq b \Rightarrow a^2 \neq b^2] \quad (2)$$

ب- ما هي قيمة حقيقة العبارة ؟

$$3E(2x-1)=2 \quad , \quad E\left(\frac{x^2-2x}{3}\right)=\frac{x}{2} \quad , \quad E\left(\frac{3}{x+1}\right)=2 \quad (3) \quad \text{حل ما يلي :}$$

$$\sum_{k=0}^{k=n} a^k = \frac{a^{n+1}-1}{a-1} \quad (3) \quad 8/1+5^{n+1}+2\times 3^n \quad (2) \quad 9/16^n+12n-1 \quad (1) \quad \text{يبيه بالترجمة ما يلي :}$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}^+ - \{1\}) \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{n+1}{n}\right) \quad (4) \quad \text{يبيه بالترجمة أنه}$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{\sqrt{k}} \leq 2\sqrt{n} \quad (6) \quad \sum_{k=1}^{k=n} k(n+k) = \frac{n(n+1)(5n+1)}{6} \quad (5)$$

التمرين الخامس

$$\left(\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\} \right) (2 \times 3^2) + (2^2 \times 3^3) + \dots + (2^{n-1} \times 3^n) = \frac{18}{5} (6^{n-1} - 1) \quad (6)$$

التمرين السادس :

$$(1) \text{ ينبع أه } (\forall x \geq 1)(\forall y \geq 1) \quad x^2 + y^2 + xy - x - y - 1 = 0 \Rightarrow x = y = 1$$

$$(2) \text{ ينبع أه } (\forall x \geq 1)(\forall y \geq 1) \quad x \neq y \Rightarrow (x-1)\sqrt{x+1} \neq (y-1)\sqrt{y+1}$$

التمرين السابع :

للتنه h دالة معروفة هو \mathbb{N} نحو و بحسب : $h(0) = 3$

$$(1) \text{ أ- حدد } h(2) \text{ و } h(1)$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad h(n+1) - h(n) > 0 \quad \text{و استنتج أه } (\forall n \in \mathbb{N}) \quad h(n) > 0$$

$$(2) \text{ ينبع بالدالة أه } : h(n) = 2^{n+3} - 5$$

التمرين الثامن :

$$(1) \text{ ينبع أه } (\forall (x,y,z) \in \mathbb{R}^3) \quad \left(\sqrt{x} + \sqrt{y-1} + \sqrt{z-2} = \frac{x+y+z}{2} \right) \Rightarrow (x=1 \quad \text{أو} \quad y=2 \quad \text{أو} \quad z=3)$$

$$(2) \text{ ينبع أه } (\forall (a,b) \in \mathbb{R}^{+*2}) \quad \frac{a^2+1}{b} + \frac{b^2+1}{a} \geq 4$$

$$(3) \text{ للتنه } a, b \text{ عداديه حقيقينه و } c \text{ هو } \mathbb{R}^{+*} \text{ بحسب } |ab| \leq \frac{c}{4} \quad \text{و} \quad |a| + |b| \leq c \quad \text{ينبع أه } |a-b| \leq c \quad \text{و} \quad |a+b| \leq c$$

$$(4) \text{ للتنه } n \text{ هو } \mathbb{N}^* . \text{ ن deduction } S_n = \sum_{k=0}^{k=n} (-1)^k (n-k)^2$$

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{احسب } S_3 \text{ ثم ينبع بالدالة أه}$$

التمرين التاسع :

$$p_n \text{ " } (\forall n \geq 2) \quad \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)^n \left(1 + \frac{1}{n} \right) < 1 \quad \text{نعتبر العبارة :}$$

$$p_n \Leftrightarrow \left(1 + \frac{1}{n^2-1} \right)^n > 1 + \frac{1}{n} \quad (1) \text{ ينبع أه}$$

$$\left(1 + \frac{1}{n^2-1} \right)^n \quad \text{و} \quad \left(1 + \frac{1}{n^2} \right)^n \quad (2) \text{ قاره}$$

$$(3) \text{ أ- ينبع أه } (\forall n \geq 2)(\forall x \in \mathbb{R}^{+*}) \quad (1+x)^n > 1 + nx$$

ب- استنتاج أه العبارة p_n صحيحة

التمرين العاشر :

للتنه h دالة معروفة هو \mathbb{N} نحو و بحسب : $h(0) = 3$

$$(1) \text{ ينبع أه } (\forall n \in \mathbb{N}) \quad h(n) = 2^{n+3} - 5$$