

المنطق 3

تمرين

باستعمال الرموز المنطقية أكتب النصوص التالية :

1. لكل عدد طبيعي n يوجد عدد طبيعي k

بحيث : $n = 2k$ أو $n = 2k + 1$

2. لكل عدد حقيقي x يوجد عدد نسبي p بحيث

$p \leq x < p + 1$:

3. f دالة مكبورة

4. f دالة مصغرة

5. f دالة تقبل قيمة قصوى مطلقة في x_0

6. f دالة تقبل قيمة دنيا مطلقة في x_0

تمرين

أعط نففي العبارات التالية :

1. $(\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2) : (x + y)^2 \neq x^2 + y^2$

2. $(\forall x \in \mathbb{R}^+) x^2 \geq x$

3. $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists a \in \mathbb{R}) x^2 + ax + a^2 = 0$

4. $(\forall x \in \mathbb{R}) x > 0 \Rightarrow \sqrt{x} \leq x$

5. $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}^*) x \leq y \Rightarrow \frac{x}{y} \leq 1$

6. $(\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2) a \leq b \Rightarrow a^2 \leq b^2$

تمرين

ليكن x و y من $\mathbb{R}$ بين أن :

1. $x \neq 1$ و $y \neq 1 \Rightarrow x + y - xy \neq 1$

2. $x \neq y \Rightarrow (x - 1)(y + 1) \neq (x + 1)(y - 1)$

تمرين

نعتبر العبارة : $P : (\exists x \in \mathbb{R}) x > 1 \Rightarrow 1 + x^2 > 2$

1. حدد نففي العبارة

2. هل P صحيحة أم خاطئة ؟ علل جوابك

تمرين

1. بين أن :

$\forall (a, b) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ : a + b = 0 \Rightarrow a = b = 0$

2. استنتج حلول المعادلة : $\sin x + \cos y = 2$

تمرين

x و y عنصران من $\mathbb{R}^+$ نضع $a = x + y$ بين أن :

$\sqrt{4x + 1} + \sqrt{4y + 1} \leq 2(a + 1)$

تمرين

n عدد طبيعي بين أن :

$$\sqrt{n^2 + \sqrt{4n^2 + \sqrt{16n^2 + 8n + 3}}} \notin \mathbb{N}$$

x و y عدنان حقيقيان بين أن :

$$2\sqrt{x+2} + \sqrt{y-6} = \frac{x+y+1}{2} \Rightarrow x=2 \text{ و } y=7$$

تمرين

♣ بين أن $p \Rightarrow (\bar{p} \Rightarrow q)$ استلزام صحيح

♣ x و y عدنان حقيقيان بين أن :

$$|\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1+y^2}| \leq |x - y|$$

♣ بين بالخلف أن الدالة $f(x) = x + \frac{1}{x^2 + 1}$ غير مكبورة

♣ ليكن x عنصر من $\mathbb{R}$ بين أن :

$$x^3 + x - 2 \leq 0 \Rightarrow x \leq 1$$

♣ ليكن x و y من $\mathbb{R}$ وبحيث $|x| \leq \frac{1}{2}$ و $|y| \leq 1$

$$|4x^2y - y - x| \leq \frac{17}{16} \text{ بين أن}$$

تمرين

👉 بين أن

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) 1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

👉 بين بالترجع أن $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < n$ $(\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1, 2\})$

👉 "17 يقسم $3 \times 5^{2n-1} + 2^{3n-2}$ " $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$

👉 ليكن α حلا للمعادلة $x + \frac{1}{x} = 3$ و $\alpha > 1$ بين أن

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) : \alpha^{n+1} + \frac{1}{\alpha^{n+1}} = 3 \left(\alpha^n + \frac{1}{\alpha^n} \right) - \left(\alpha^{n-1} + \frac{1}{\alpha^{n-1}} \right)$$

استنتج أن $\alpha^n + \frac{1}{\alpha^n} \in \mathbb{N}$ $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$

تمرين

👉 نضع $E = \mathbb{R} - \{-1\}$

بين أن لكل عددين x و y من E لدينا :

$$(xy + x + y) \in E$$

👉 a و b عدنان حقيقيان نعتبر العبارة :

$$P : \left[(\forall x \in \mathbb{R}) : a \leq x \Rightarrow b < x \right] \Rightarrow b \leq a$$

أ. أعط الاستلزام المضاد للعكس

ب. بين أن P عبارة صحيحة