



## 01

1. حدد قيمة حقيقة العبارات التالية :  $p \wedge (p \vee q)$  مع  $p$  صحيحة .
2.  $f$  دالة من مجال  $I$  ضمن  $\mathbb{R}$  إلى  $\mathbb{R}$  . عبر باستعمال جمل عن ما يلي :  $\forall (x, y) \in I^2, x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$  .
3.  $f$  دالة من مجال  $I$  ضمن  $\mathbb{R}$  إلى  $\mathbb{R}$  . عبر باستعمال المكملات ما يلي :  $f$  تنعدم مرة واحدة فقط على  $I$  .
4. أعط نفي العبارات التالية :  $x \neq y$  و  $\exists (x, y) \in I^2, f(x) = f(y)$  ( أكتب النفي بثلاثة طرائق مختلفة ) .
5. هل العبارة التالية :  $(\neg p \Rightarrow q) \Rightarrow p$  قانون منطقي حيث  $p$  و  $q$  عبارتين .

## 02

- نعتبر العبارة  $P$  التالية :  $\forall x \in [0, +\infty[, \forall y \in [1, +\infty[ : \left( \sqrt{x} + \sqrt{y-1} = \frac{1}{2}(x+y+1) \right) \Rightarrow (x=1 \text{ و } y=2)$  "
1. أكتب  $P$  بدون استعمال الرابط المنطقي  $\Rightarrow$  و كذلك عدم استعمال التعبير " إذا كان .....فإن....." .
  2. أكتب نفي  $P$  .
  3. أكتب  $P$  باستعمال الاستلزام المضاد للعكس .
  4. حدد قيمة حقيقة العبارة  $P$  .

## 03

1. باستعمال الاستدلال بالمثل المضاد بين أن العلاقة التالية خاطئة "  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : xy = 2$  " .
  2. لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  بين باستعمال الاستدلال بالتكافؤات المتتالية أن :  $S_n = 1 + 2 + \dots + n \Leftrightarrow S_n = \frac{n(n+1)}{2}$  ( عدم استعمال التراجع )
  3. باستعمال الاستلزام المضاد للعكس : بين : إذا كان  $a^2$  ليس بعدد صحيح مضاعف ل 16 فإن  $\frac{a}{2}$  ليس بعدد صحيح زوجي .
  4.  $a$  و  $b$  عدنان معلومين من  $\mathbb{R}^*$  ؛ لنعتبر المعادلة  $(E)$  بمجهول حقيقي :  $\frac{1}{x} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x+a+b}$  .
- أ- حدد  $D$  مجموعة تعريف المعادلة  $(E)$  حسب قيم  $a$  و  $b$  .
- ب- حل المعادلة  $(E)$  باستعمال الاستدلال بفصل الحالات .

## 04

1. بين أن : لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  أن العدد  $3 \cdot 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$  يقبل القسمة على 17 .
  2.  $f$  دالة عددية من  $\mathbb{R}$  نحو  $\mathbb{R}$  حيث :  $\forall x \in \mathbb{R} : f(2x) = f(x)$  .
- أ- ليكن  $x$  من  $\mathbb{R}$  بين أن :  $\forall n \in \mathbb{N} : f(x) = f(2^{-n}x)$  .
- ب- استنتج :  $\forall p \in \mathbb{Z} : f(x) = f(2^p x)$  ( مع  $x$  من  $\mathbb{R}$  )
3.  $n$  عدد صحيح طبيعي . نضع  $1! = 1$  و  $0! = 1$  مع  $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n = n!$  .
- أ- نضع :  $u_k = k!$  مع  $k$  من  $\mathbb{N}^*$  . بين أن :  $u_{k+1} - u_k = k(k!)$  .
- ب- أكتب المجموع التالي :  $S_n = 1.1! + 2.2! + 3.3! + \dots + n.n!$  باستعمال  $u_k$  .
- ج- استنتج قيمة المجموع  $S_n$  .
- د- أكتب المجموع  $S_n$  مستعملا الرمز  $\sum$  ثم أحسب المجموع  $S_n$  مستعملا فقط الرمز  $\sum$  .