

2014 - 13	فرض رقم 3	الأولى علوم رياضيات
التمرين الثاني : p عدد طبيعي أولي أكبر أو يساوي 5 (1) يبي أنه : $p^2 \equiv 1 [3]$ (2) باستعمال زوجية العدد p يبي أنه : $p^2 \equiv 1 [8]$ (3) ليك a و b عدديين طبيعيين بحيث $3a = 8b$ أ- يبي أنه $3/b$ و استنتج أنه $8/a$ ب- استنتج أنه $p^2 \equiv 1 [24]$	التمرين الأول : أسئلة مستقلة : (1) حدد الأعداد الطبيعية n بحيث $n + 2/2n - 4$ (2) يبي أنه $(3n + 5) \wedge (6n^2 + 16n + 9) = 1$ (3) حدد العددين a و b علما أنه : $a \leq b$ و $2(a \vee b) - 3(a \wedge b) = 9$ (4) حدد باقي قسمة 2014 على العدد 13 و استنتج أنه $1 - 13/2014^{2014}$	التمرين الثالث : الجزء الأول : لكل f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x) = x - 2 + 2\sqrt{3-x}$ و (C) منحنى f في معلم متعامد $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (1) أ- حدد مجموعة تعريف الدالة f و يبي أنه $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ب- تحقق أنه $\frac{f(x)}{x} = 1 - \frac{2}{x} - 2\sqrt{\frac{3}{x^2} - \frac{1}{x}}$ ($\forall x \in]-\infty, 0[$) و أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) عند $-\infty$ (2) أ- يبي أنه $\frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = 1 - \frac{2}{\sqrt{3-x}}$ ($\forall x < 3$) ب- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يسار $a = 3$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة (3) أ- يبي أنه $f'(x) = \frac{2-x}{\sqrt{3-x}(1+\sqrt{3-x})}$ ($\forall x < 3$) ب- أدرس تغيرات الدالة f ثم ضع جدول تغيراتها (4) أ- يبي أنه $f(x) - x = \frac{2(2-x)}{1+\sqrt{3-x}}$ ($\forall x < 3$) ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم $y = x$ (Δ) (5) أرسم المنحنى (C) (المنحنى (C) يقطع محور الأفاصل في نقطة أفصولها $\alpha = -2,8$) الجزء الثاني : نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0 = 1$ و $U_{n+1} = f(U_n)$ (1) أ- يبي أنه $0 < U_n < 2$ ($\forall n \in \mathbb{N}$) ب- أدرس رتبة المتتالية $(U_n)_n$ و استنتج أنه $1 \leq U_n < 2$ ($\forall n \in \mathbb{N}$) (2) أ- تحقق أنه $U_{n+1} - 2 = (U_n - 2) \left(1 - \frac{2}{1 + \sqrt{3 - U_n}} \right)$ ($\forall n \in \mathbb{N}$) ب- يبي أنه $U_{n+1} - 2 \leq \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} U_n - 2$ ($\forall n \in \mathbb{N}$) ج- يبي بالترجع أنه : $U_n - 2 \leq \left(\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} \right)^n$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)