

الأول علم رياضية

فرض 3 دورة 2

التمرين الأول :

(1) ليكن n عدد طبيعي بحيث $n \geq 2$. بين ما يلي :

$$(1) (6n+1) \wedge (3n-1) = 1 \quad (2) (4n^3 - 3n) \wedge (n-1) = 1$$

(2) حدد الأعداد الطبيعية n بحيث يكون : $2n+1 \mid 8n+34$

(3) حل في المجموعة $\mathbb{N}^2$ المعادلة : $(a \vee b) - (a \wedge b) = 7$

التمرين الثاني :

ليكن p عدد نسبي . نعتبر العددين $x = 18p + 23$ و $y = 5p + 7$

(1) بين أن $(18p + 23) \wedge (5p + 7) = (p - 3) \wedge 11$

(2) استنتج القيم الممكنة للعدد $d = x \wedge y$

(3) حدد الأعداد النسبية x , y و التي يكون من أجلها : $x \wedge y = 11$

التمرين الثالث :

(1) أحسب 2^4 و استنتج أن $2^8 \equiv 1 [17]$

(2) حدد باقي قسمت العدد 2015^{2016} على العدد 17

(3) استنتج أن 17 يقسم العدد $N = 2015^2 + 2015^3 + \dots + 2015^{2015} + 2016$

التمرين الرابع :

أجزاء الأول

نعتبر الدالة g المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^3 - 3x - 3$

(1) أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(2) أدرس تغيرات الدالة g ثم ضع جدول التغيرات

(3) أ- بين مبيانيا أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على $[0, +\infty[$

أجزاء الثاني

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{2x\sqrt{x} + 3}{x-1}$

و ليكن (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم

(1) أ- حدد مجموعة تعريف الدالة f و أحسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

ماذا تستنتج ؟

ب- أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ج- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) عند $+\infty$

(2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين النقطة $a = 0$

ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

(3) أ- بين أن $f'(x) = \frac{g(\sqrt{x})}{(x-1)^2}$ ($\forall x \in \mathbb{R}^{+*} - \{1\}$)

ب- بين أن f تزايدية على $[\alpha^2, +\infty[$ و أن f تناقصية على كل من

$]0, 1[$ و $]1, \alpha^2[$

ج- بين أن $f(\alpha^2) = 3\alpha$ و ضع جدول تغيرات الدالة f

(4) أرسم المنحنى (C) مبرزا المماس في النقطة ذات الأضلاع $a = 0$

(نأخذ $\alpha^2 \approx 4,4$ و $f(\alpha^2) \approx 6,3$)