

التمرين الأول :

- 1) بين أن $(2n^2 + 5n + 3) \wedge (n + 2) = 1$
- 2) تحقق أن $[11] \quad 2^5 \equiv -1$ ثم بين أن $2^{2017} + 2017$ يقبل القسمة على 11
- 3) بين أن $37 \mid 10^{2015} + 10^{2016} + 10^{2017}$

التمرين الثاني :

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $(E) \quad 151x - 37y = 1$

1) أ) تحقق أن الزوج $(25, 102)$ حلا للمعادلة

ب) بين أن العدد 37 أولي ثم حدد مجموعة حلول المعادلة (E)

2) أ) حدد العدد q بحيث $[151] \quad 37q \equiv 1$ و $0 < q < 151$

ب) حل في المجموعة $\mathbb{Z} / 151\mathbb{Z}$ المعادلة $37x + 147 = 0$

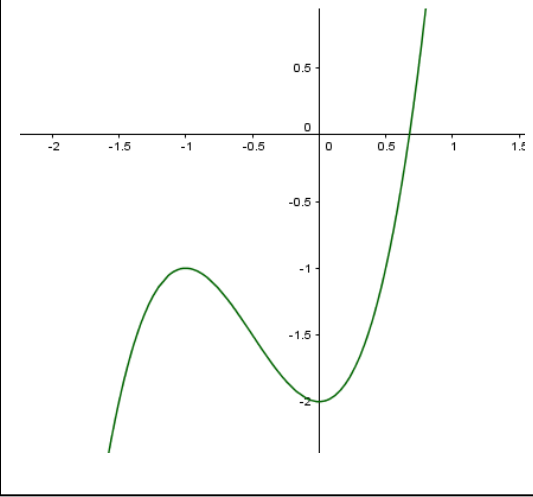
التمرين الثالث :

الجزء (1) نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي : $g(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2$

1) أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

2) أدرس منحنى تغيرات الدالة g

3) انطلاقا من المنحنى جانبه استنتج إشارة $g(x)$ (معللا جوابك)



الجزء (2) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي : $f(x) = \frac{x\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+1}}$

1) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين النقطة $a = 0$

2) أ) أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

3) أ) بين أن f قابلة للاشتقاق على $]0, +\infty[$ وأن $f'(x) = \frac{g(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}(\sqrt{x+1})^2}$ ($\forall x \in]0, +\infty[$)

ب) بين أن f تناقصية على $]0, \alpha^2[$ وتزايدية على $[\alpha^2, +\infty[$ ثم ضع جدول التغيرات

4) أدرس وضع المنحنى (C_f) و المستقيم $y = x$ (D)

5) أرسم المنحنى (C_f) (نأخذ $\alpha^2 \approx 0,46$ و $f(\alpha^2) \approx 1,4$)

الجزء (3) لتكن $(U_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $U_0 = 3$ و $U_{n+1} = f(U_n)$

1) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n > 2$

2) بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تناقصية

3) أ) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad |U_{n+1} - 2| \leq \frac{2}{3} |U_n - 2|$

ب) بين بالترجع أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad |U_n - 2| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$