

أولى علوم رياضية	فرض محروس 3	
الدورة 2	2013/05/11	ثانوية أنيس الخاصة

التمرين 1 (3 نقط)		
(1) تحقق من أن لكل n من $\mathbb{N}$: $n^3 - 2n - 7 = (n+1)(n^2 - n - 1) - 6$	0.5	
(2) استنتج أن : $(n^3 - 2n - 7) \wedge (n+1) = (n+1) \wedge 6$	1.5	
(3) حدد جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية n بحيث : $\frac{(n+1)}{n^3 - 2n - 7}$	1	
التمرين 2 (6 نقط)		
السؤالين 1 و 2 مستقلان		
(1) أ- حدد باقي قسمة 6^{10} على 11 .	0.5	
ب- حدد باقي قسمة 6^4 على 5 .	0.5	
ج- استنتج أن : $6^{40} \equiv 1[55]$	1	
(2) أ- باستعمال خوارزمية أقليدس حدد زوجا (x_0, y_0) من $\mathbb{Z}^2$ يحقق : $17x_0 - 40y_0 = 1$	1.5	
ب- p عدد أولي . a و b عددين من $\mathbb{Z}$.		
اثبت أن : p/b أو $p/a \Leftrightarrow p/ab$	1	
ج- استنتج في $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة : $17x - 40y = 1$	1.5	
التمرين 3 (11 نقط)		
I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[0; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = 6x - 8x\sqrt{x} - \frac{1}{2}$		
1- أدرس تغيرات الدالة g على المجال $[0; +\infty[$	1	
2- استنتج إشارة g على المجال $[0; +\infty[$	1	
II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = (4x-1)\sqrt{x} - 4x^2 + 1$		
1- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.	1.5	
2- أدرس قابلية اشتقاق f في 0^+ ثم أول مبيانيا النتيجة .	1	
3- أ- بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{\sqrt{x}}$ لكل x من $]0; +\infty[$.	1.5	
ب- ضع جدول تغيرات f .	0.5	
4- أكتب معادلة المماس (T) في النقطة ذات الأفصول $\frac{1}{4}$	0.5	
5- أ- بين أن : $f''(x) = \frac{\left(\frac{1}{2} - \sqrt{x}\right)(16x + 2\sqrt{x} + 1)}{2x\sqrt{x}}$ لكل x من $]0; +\infty[$.	1.5	
ب - أدرس تقعر (C_f) .	1	
6- أنشئ المنحنى (C_f) و المماس (T) في م.م.م $(O, \vec{i}, \vec{j})$. نأخذ $\ \vec{i}\ = 2cm$	1.5	