

فرض محروس
مادة الرياضيات

المدة: ساعتان

أولى علوم رياضية

التمرين الأول : (16 نقطة)

$$f(x) = \begin{cases} x - \sqrt{x^2 - 4} & ; x > 2 \\ x^3 - 3x & ; -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{x^2}{x+2} & ; x < -2 \end{cases}$$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

- 1 ن 1 - أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم أول النتيجة هندسيا.
- 1.5 ن 2 - أ- بين أن منحنى الدالة f يقبل مقارباً مائلاً بجوار $-\infty$.
ب- أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) مع مقاربه المائل.
- 1 ن 3 - أحسب $\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x < -2}} f(x)$ وأول النتيجة هندسيا.
- 1.5 ن 4 - أ- بين أن f قابلة للاشتقاق على $[-2, 2]$ و أحسب $f'(x)$ لكل x من $[-2, 2]$.
ب- ضع جدول تغيرات f على المجال $[-2, 2]$.
- 1.5 ن ج- تحقق من أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف على $[-2, 2]$ وحدد معادلة المماس عندها.
- 1.5 ن 5 - أدرس قابلية اشتقاق f على يمين 2 . أول النتيجة المحصل عليها.
- 2 ن 6 - حدد تغيرات f على كل من المجالين $]2, +\infty[$ و $]-\infty, -2[$.
- 1 ن 7 - ضع جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$.
- 3 ن 8 - أنشئ بعناية المنحنى (C_f) في معلم متعامد ممنظم. (يجب تحديد نقط تقاطع (C_f) مع محوري المعلم).

التمرين الثاني: (4. نقط) سؤال 1 و 2 و 3 مستقل :

- 1 ن 1 - نعتبر الدالة العددية h المعرفة بما يلي : $h(x) = \sin 3x + 4 \sin^3 x - 3 \sin x + 1$ ($\forall x \in \mathbb{R}$) :
أ- أحسب $h'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$.
ب- أثبت أن $h'(x) = 0$ ($\forall x \in \mathbb{R}$) واستنتج قيمة $h(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$.
- 1 ن 2 - لتكن f دالة عددية معرفة وقابلة للاشتقاق على مجال I .
بين أنه إذا كانت f فردية على I فإن f' زوجية على I .
- 1 ن 3 - f دالة دورية ودورها 2 و معرفة على $\mathbb{R}$. أثبت أن: $f(17) - f(15) = 0$.