

التاريخ: 2012-05-04

فرض محروس رقم 2

الدورة 2



المدة: ساعتان

أولى علوم رياضية

التمرين الأول: (11.5 نقط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x + \sqrt{x^2 - 4} & ; x \in]-\infty; -2] \cup]2; +\infty[\\ f(x) = x + \sqrt{4 - x^2} & ; x \in]-2; 2] \end{cases}$$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم أول النتيجة المحصل عليها . 1

ب- بين أن المنحنى (C) يقبل بجوار $+\infty$ مقاربا مائلا (Δ) يجب تحديده . 1.5

(2) أ- أدرس الوضع النسبي (C) مع مقاربه المائل (Δ) بجوار $+\infty$. 1

ب- حدد نقطة تقاطع المنحنى (C) مع محور الأفاصيل . 1

(3) أدرس قابلية اشتقاق f في كل من 2 و -2 ثم أعط التأويل الهندسي لكل نتيجة . 2

(4) أ- أحسب $f'(x)$ لكل x من $] -2; 2[$ ثم ضع جدول تغيرات f على $] -2; 2[$. 1.5

ب- حدد تغيرات الدالة f على كل من المجالين $]2; +\infty[$ و $] -\infty; -2[$. 1.5

ج- استنتج جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$. 0.5

(5) أرسم المنحنى (C) . 1.5

التمرين الثاني : (8.5 نقط)

(1) أ- تحقق أنه لكل n من $\mathbb{Z}$: $4n^3 + 3n^2 + 6n - 14 = (n+1)(4n^2 - n + 7) - 21$ 0.5

ب- استنتج أن: $(4n^3 + 3n^2 + 6n - 14) \wedge (n+1) = (n+1) \wedge 21$ 1.5

ج- حدد جميع الأعداد الصحيحة النسبية n بحيث : $\frac{(n+1)}{4n^3 + 3n^2 + 6n - 14}$ 1

(2) حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية a و b بحيث : $a \wedge b = 6$ و $ab = 432$ و $a < b$. 1.5

(3) حل في المجموعة $\mathbb{Z}/17\mathbb{Z}$ المعادلة : $x^2 + 19x - 3 = 0$ 1.5

(4) ليكن n من $\mathbb{N}$. بين أن : $16 \times 7^{2n} - 28 \times 3^{2n+3} \equiv 0[5]$ 1.5

(5) أثبت أن: $\forall (n, m) \in \mathbb{N}^2 : n \wedge m = 1 \Leftrightarrow (n+m) \wedge (nm) = 1$ 1