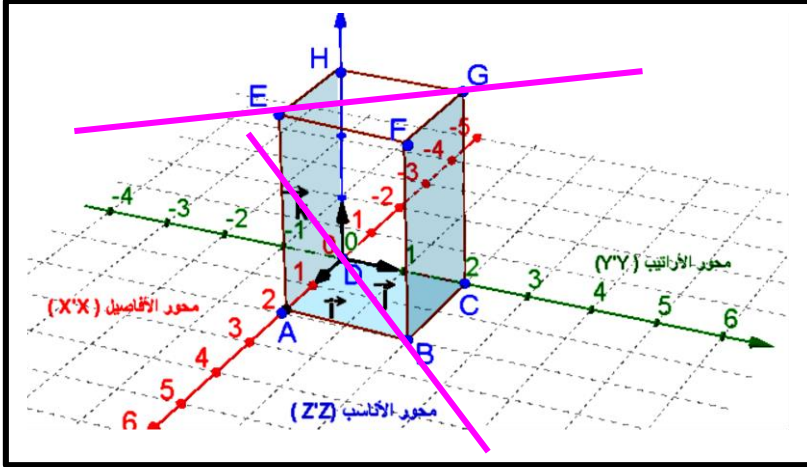


(4 ن)

01



الفضاء منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

نعتبر المتوازي المستطيلات القائم ABCDEFGH التالي (أنظر الشكل).

1. حدد إحداثيات رؤوس المتوازي المستطيلات القائم ABCDEFGH.

لدينا:

$$C = (0, 2, 0) \text{ و } B = (2, 2, 0) \text{ و } A = (2, 0, 0)$$

$$G = (0, 2, 3) \text{ و } F = (2, 2, 3) \text{ و } D = (0, 0, 0)$$

$$H = (0, 0, 3)$$

2. ننشئ المستقيم (EG) ثم المستقيم (BD).

المستقيمين غير مستوائيين.

3. نستنتج مبيانيا الوضع النسبي للمستوى (FGB) والمستوى (AEF) متقاطعين تبعا للمستقيم (BF).

(10 ن)

02

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ النقط $A(1, 0, 1)$, $B(1, 1, -1)$, $C(2, 2, 1)$, $D(-1, -1, -2)$

1. حدد إحداثيات \vec{AB} , \vec{AC} , \vec{AD} , \vec{BC} .

$$\vec{AB}(0, 1, -2), \vec{AC}(1, 2, 0), \vec{AD}(-2, -1, -3), \vec{BC}(1, 1, 2)$$

2. أدرس استقامة \vec{AB} و \vec{AC} .

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = 4 \text{ ومنه } \Delta_x \neq 0 \text{ إذن المتجهتين } \vec{AB} \text{ و } \vec{AC} \text{ غير مستقيمتين.}$$

3. خلاصة: المتجهتين \vec{AB} و \vec{AC} غير مستقيمتين.

أ- أحسب المحددة $\det(\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD})$.

لدينا:

$$\det(\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & -3 \end{vmatrix} = 0 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} - 1 \times \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 3 - 6 = -3$$

3. خلاصة: $\det(\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}) = -3$.

ب- هل المربوع $(A, \vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD})$ معلم في الفضاء؟

بما أن: $\det(\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}) \neq 0$ إذن المثلث $(\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD})$ أساس في الفضاء ومنه: المربوع

$(A, \vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD})$ معلم في الفضاء.

4. خلاصة: المربوع $(A, \vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD})$ معلم في الفضاء.



4. أعط تمثيل بارامتري للمستقيم (AB) .

المستقيم (AB) . موجه بالمتجهة : $\overrightarrow{AB}(0,1,-2)$ و يمر بالنقطة $A(1,0,1)$.

ومنه : تمثيل بارامتري للمستقيم (AB) هو : $t \in \mathbb{R}$; $(AB) : \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=1-2t \end{cases}$.

5. أعط معادلتين ديكارتيتين للمستقيم (AB) .

$$\left. \begin{matrix} x=1 \\ y=t \\ z=1-2t \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ -\frac{1}{2}(z-1)=t \end{cases} \quad \text{من خلال ما سبق :}$$

ومنه : $x=1$ و $-\frac{1}{2}(z-1)=y$ وهي تمثيل معادلتين ديكارتيتين للمستقيم (AB) .

خلاصة : أنظمة معادلتين ديكارتيتين للمستقيم (AB) هي $x=1$ و $-\frac{1}{2}(z-1)=y$.

6. أعط معادلة ديكارتية للمستوى ABC .

لدينا المستوى ABC موجه بالمتجهتين \overrightarrow{AC} و \overrightarrow{AB} . ومنه

المتجهات \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC} و \overrightarrow{AM} مستوائية $M(x,y,z) \in ABC \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-1 & 0 & 1 \\ y & 1 & 2 \\ z-1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} + (z-1) \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(x-1) - 2y - (z-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x - 2y - z + 1 = 0$$

خلاصة : معادلة ديكارتية للمستوى ABC هي : $4x - 2y - z + 1 = 0$.

7. حدد تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (P) مع $(P) : -4x + 2y - z + 5 = 0$ و $(\Delta) : t \in \mathbb{R} / \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=1-2t \end{cases}$.

لدينا :

$$M(x,y,z) \in (\Delta) \cap (P) \Leftrightarrow \begin{cases} M(x,y,z) \in (\Delta) \\ M(x,y,z) \in (P) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=1-2t \\ -4x+2y-z+5=0 ; (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 = 1 \\ y = 0 \\ z = 1 - 2 \times 0 = 1 \end{cases}$$

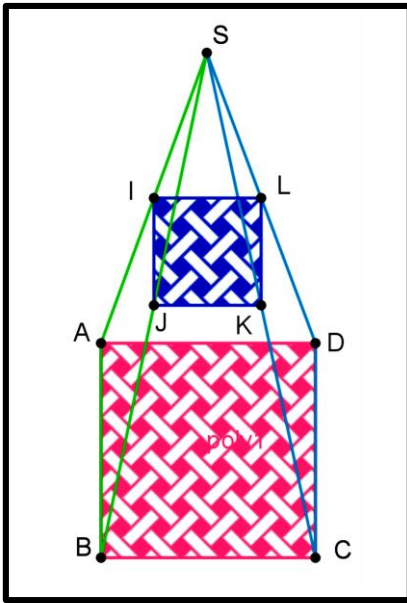
نعوض في المعادلة (2) نحصل على $-4 \times 1 + 2t - (1 - 2t) + 5 = 0$ أي $t = 0$ ومنه :

نقاط المستقيم (Δ) والمستوى (P) هي النقطة $A(1,0,1)$

خلاصة : $(P) \cap (\Delta) = \{A(1,0,1)\}$

(6 ن)

03



ليكن SABCD هرم قاعدته ABCD على شكل مربع

النقط I و J و K و L منتصفات القطع [SA] و [SB] و [SC] و [SD].

1. أنقل الشكل على ورقة التحرير ثم أنشئ النقط I و J و K و L (أنظر الشكل)

2. بين أن : $\vec{JK} = \frac{1}{2} \vec{BC}$ ثم $\vec{IL} = \frac{1}{2} \vec{AD}$

• نعتبر في المستوى (SBC) المثلث SBC و J و K منتصفي [SB] و [SC] و

$\vec{JK} = \frac{1}{2} \vec{BC}$ لهما نفس المنحى إذن : $\vec{JK} = \frac{1}{2} \vec{BC}$

• نعتبر في المستوى (SAD) المثلث SAD و I و L منتصفي [SA] و [SD] و

$\vec{IL} = \frac{1}{2} \vec{AD}$ لهما نفس المنحى إذن : $\vec{IL} = \frac{1}{2} \vec{AD}$

خلاصة : $\vec{IL} = \frac{1}{2} \vec{AD}$ و $\vec{JK} = \frac{1}{2} \vec{BC}$

3. هل الرباعي IJKL متوازي الأضلاع

لدينا : ABCD على شكل مربع إذن $\vec{AD} = \vec{BC}$ و حسب ما سبق $\vec{JK} = \frac{1}{2} \vec{BC}$ و $\vec{IL} = \frac{1}{2} \vec{AD}$ إذن $\vec{IL} = \vec{JK}$

ومنه IJKL متوازي الأضلاع.

خلاصة : IJKL متوازي الأضلاع.

4. نبين أن المتجهات \vec{BC} و \vec{BA} و \vec{JL} مستوائية.

لدينا :

• ABCD على شكل مربع ومنه : $\vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BD}$ (1)

• نعتبر في المستوى (SBD) المثلث SBD و J و L منتصفي [SB] و [SD] و

• $\vec{JL} = \frac{1}{2} \vec{BD}$ إذن : $2\vec{JL} = \vec{BD}$ (2)

• من خلال (1) و (2) نستنتج أن $\vec{BA} + \vec{BC} = 2\vec{JL}$ ومنه المتجهة \vec{JL} كتبة بدلالة \vec{BC} و \vec{BA} (أي \vec{JL} تأليف خطية ل \vec{BC} و \vec{BA}) وبالتالي المتجهات \vec{BC} و \vec{BA} و \vec{JL} مستوائية.

خلاصة : المتجهات \vec{BC} و \vec{BA} و \vec{JL} مستوائية.

انتهى التصحيح