

فرض محروس

التمرين الأول (2 نقط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بما يلي : $U_1 = 1$; $U_0 = -1$ و $3U_{n+2} = 5U_{n+1} - 2U_n$

(1) نضع $W_n = U_{n+1} - U_n$ بين أن $(W_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ (1 ن)

(2) استنتج أن $U_n = 5 - 6\left(\frac{2}{3}\right)^n$ (1 ن)

التمرين الثاني (5 نقط)

$(U_n)_n$; $(V_n)_n$ متتاليتان معرفتان بما يلي : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{3U_n + V_n}{4} \end{cases}$ و $\begin{cases} V_0 = 6 \\ V_{n+1} = \frac{U_n + 5V_n}{6} \end{cases}$

(1) أحسب U_1 ; V_1 (1 ن)

(2) نضع $W_n = V_n - U_n$ بين أن $(W_n)_n$ متتالية هندسية (1 ن)

(3) نضع $T_n = 2U_n + 3V_n$ بين أن $(T_n)_n$ ثابتة محدد قيمتها (1 ن + 0.5 ن)

(4) استنتج مما سبق U_n ; V_n بدلالة n (1.5 ن)

التمرين الثالث (4 نقط)

المستوى (p) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر المجموعة (C_m) للنقط $M(x, y)$ والتي تحقق المعادلة

$$x^2 + y^2 - 2mx - 2(2m-1)y - 4m - 4 = 0 \quad (C_m) \quad \text{حيث } m \text{ بارامتر حقيقي}$$

(1) بين أن (C_m) دائرة محدد مركزها وشعاعها (1 ن)

(2) حدد مجموعة المراكز للدوائر (C_m) عندما يتغير m (1 ن)

(3) بين أن جميع الدوائر (C_m) تمر بنقطتين ثابتتين A ; B يتم تحديد إحداثياتهما (1 ن)

(4) لتكن $M_0(x_0, y_0)$ نقطة معلومة، حدد حسب وضع النقطة M_0 عدد الدوائر (C_m) والتي تمر من M_0 (1 ن)

التمرين الرابع (5 نقط)

المستوى (p) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j})$. ليكن ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A وبحيث

$$AB = \sqrt{5} \text{ و } BC = 4, \quad I \text{ منتصف القطعة } [BC] \text{ و } G \text{ مرجح النقط } (A, -1); (B, 1); (C, 1)$$

ونعتبر المجموعة (ζ) للنقط M بحيث : $MB^2 + MC^2 - MA^2 = 10$

(1) بين أن $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -3$ (1 ن)

(2) أ. بين أن $[M \in (\zeta)] \Leftrightarrow [2MI^2 - MA^2 = 2]$ (1 ن)

ب. تحقق أن G مرجح النقط $(A, -1); (I, 2)$ ثم بين أن $GA^2 = 4$ و $GI^2 = 1$ (0.5 ن + 1 ن)

(3) استنتج أن المجموعة (ζ) دائرة مركزها G وشعاعها $r = 2$ (1.5 ن)