

فرض محروس رقم 1

مادة الرياضيات

المدة: ساعتان

التمرين الأول: (8. نقط)**1- أحسب النهايات التالية:**

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\cos^3 x - \frac{1}{8}}{x - \frac{\pi}{3}} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{2-x} - \sqrt{3-5x} \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x - 1} - x \quad (1)$$

3 ن

$$(n \in \mathbb{N}) : \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^{2n} - 4^n}{x^2 - 3x + 2} \quad (5) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{10x^2 + 9} - 7}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x^2 + 5} - 5} \quad (4)$$

3 ن

2- نعتبر الدالة العددية f_m للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$f_m(x) = \frac{x^3 + mx + 1}{x^2 + x}$$

أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f_m(x)$. (ناقش حسب قيم البارامتر الحقيقي m).

2 ن

التمرين الثاني: (4.5 نقط)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{1+x}}{2+x} & ; x \geq 0 \\ \frac{\cos x - \sqrt{1+\sin x}}{x} & ; x < 0 \end{cases}$$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي:

1- أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

1 ن

2- أثبت أن: $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = -\frac{1}{2}$. هل f تقبل نهاية في 0؟

2 ن

3- بين أن: $\forall x < 0: |f(x)| \leq \frac{1+\sqrt{2}}{|x|}$. واستنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

1.5 ن

التمرين الثالث: (7.5 نقط)

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $D = \left[0; \frac{1}{4}\right[\cup \left[\frac{1}{4}; +\infty\right[$ بما يلي:

$$g(x) = \frac{x^2}{(2\sqrt{x} - 1)^2}$$

1 - أدرس قابلية اشتقاق g على اليمين في 0. أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.

1 ن

2- أ- بين أن الدالة g قابلة لاشتقاق على $D - \{0\}$. وأن: $g'(x) = \frac{2x(\sqrt{x} - 1)}{(2\sqrt{x} - 1)^3}$ $\forall x \in D - \{0\}$.

2 ن

ب- أدرس تغيرات الدالة g على كل من المجالين $\left[0; \frac{1}{4}\right[$ و $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right[$.

1.5 ن

3- أكتب معادلة المماس (T) لمنحنى الدالة g في النقطة $A\left(4, \frac{16}{9}\right)$.

1 ن

4- بين أن: $\forall x \in D - \{0\}: g''(x) = \frac{-\sqrt{x} + 2}{(2\sqrt{x} - 1)^4}$.

2 ن