

التمرين الأول :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 1}$ وليكن (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1) حدد D مجموعة تعريف الدالة f وبين ان f دالة فردية
- 2) أحسب النهايات التالية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

3) أـ تحقق أن $(\forall x \in D) \quad f(x) = x - \frac{3x}{x^2 - 1}$

- بـ استنتج الفرع اللانهائي للمنحنى (C) عند $+\infty$
- جـ أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم $y = x$ (Δ)

4) أـ بين أن $(\forall x \in D) \quad f'(x) = 1 + \frac{3(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2}$

بـ أدرس منحنى تغيرات الدالة f وضع جدول تغيراتها

5) أـ بين أن $(\forall x \in D) \quad f''(x) = \frac{-6x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)^3}$

بـ أدرس تفر المنحنى (C)

6) أرسم المنحنى (C)

7) حدد مبيانيا وحسب قيم m عدد حلول المعادلة $x^2(x - m) = 4x - m$

التمرين الثاني :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x) = x + 1 - \sqrt{x^2 - x + 1}$ و (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) أـ بين أن $D_f = \mathbb{R}$

بـ بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{3}{2}$ وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة

2) أـ أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

بـ بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - 2x = \frac{1}{2}$ ثم أول هندسيا للنتيجة

3) أـ بين أن $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad x - \frac{1}{2} < \sqrt{x^2 - x + 1}$

بـ أحسب المشتقة $f'(x)$ ثم بين أن f تزايدية على $\mathbb{R}$ ثم أنجز جدول التغيرات

4) أـ حدد تقاطع المنحنى (C) والمستقيم $y = x$ (Δ)

بـ بين أن $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad f(x) > x \Leftrightarrow x \in]0, 1[$

5) أرسم المنحنى (C)

6) نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0 = \frac{1}{2}$ و $U_{n+1} = f(U_n)$

أـ بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 0 < U_n < 1$ بـ بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تزايدية