

التمرين الأول

OAB مثلثا في المستوى (P) و H بحيث : $\overrightarrow{AH} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{OB}$ و G نقطة بحيث O مرجع النقط

$(A, 4)$; $(B, -3)$; $(G, 6)$

1) أ بين أن G مرجع النقط $(A, -4)$; $(B, 3)$; $(O, 7)$

ب- حدد المتجهة $\overrightarrow{OG}$ بدلالة $\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{OB}$

2) بين أن O مرجع النقط $(A, 4)$; $(B, -9)$; $(H, 12)$

3) بين أن النقط B ; H ; G مستقيمة

التمرين الثاني

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \frac{5U_n - 1}{4U_n + 1}$

1) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n > \frac{1}{2}$

2) أدرس رتبة المتتالية $(U_n)_n$

3) نضع $V_n = \frac{3}{2U_n - 1}$ لكل عدد طبيعي n من $\mathbb{N}$

أ بين أن المتتالية $(V_n)_n$ حسابية أساسها $r = 2$

ب- استنتج أن $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n = \frac{n+2}{2n+1}$

4) نضع $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} (U_{k+1} - U_k)$ و $T_n = \sum_{k=0}^{n-1} (U_{k+2} - 2U_{k+1} + U_k)$ لكل عدد طبيعي n من $\mathbb{N}^*$

أ بين أن $T_n = S_{n+1} - S_n - (U_1 - U_0)$

ب- أحسب S_n بدلالة n و استنتج أن $(\forall n \in \mathbb{N}^*) T_n = 1 - \frac{3}{(2n+3)(2n+1)}$

التمرين الثالث

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر في (P) النقطتين $A(1; -1)$ ، $B(5; 3)$ و I منتصف

القطعة $[AB]$. لنكن $(G_n)_n$ متتالية النقط المعرفة بما يلي : $G_0 = O$ و G_{n+1} هي مرجع النقط المتزنة

$(C, 1)$; $(B, 1)$; $(G_n, 2)$ و ليكن $(x_n; y_n)$ هما زوج إحداثيات النقط G_n

1) بين أن النقط G_2 ; G_1 ; G_3 مستقيمة

2) أحسب $\overrightarrow{IG_{n+1}}$ بدلالة المتجهة $\overrightarrow{IG_n}$

3) أ بين أن $x_{n+1} = \frac{1}{2}x_n + \frac{3}{2}$ و حدد y_{n+1} بدلالة y_n

ب- نضع $U_n = x_n - 3$ بين أن المتتالية $(U_n)_n$ هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$

ج- استنتج أن $(\forall n \in \mathbb{N}) x_n = 3 \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right)$

د- بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) y_n = 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n$

التمرين الرابع

لنكن $(U_n)_n$ متتالية حسابية حدودها غير منعدمة و أساسها $r \neq 0$. بين أن $\sum_{k=0}^n \frac{1}{U_k U_{k+1}} = \frac{n+1}{U_0 U_{n+1}}$

Surprenant , n'est-ce pas ?

$$\begin{aligned} 1 \times 9 + 2 &= 11 \\ 12 \times 9 + 3 &= 111 \\ 123 \times 9 + 4 &= 1111 \\ 1234 \times 9 + 5 &= 11111 \\ 12345 \times 9 + 6 &= 111111 \\ 123456 \times 9 + 7 &= 1111111 \\ 1234567 \times 9 + 8 &= 11111111 \\ 12345678 \times 9 + 9 &= 111111111 \\ 123456789 \times 9 + 10 &= 1111111111 \end{aligned}$$