

أولى علوم رياضية 1	مراقبة مستمرة 4 الرياضيات	 2015-2016
الدورة 1	2016/01/09	ثانوية أنيس الخاصة

التمرين 1 (8 نقط)

$$\begin{cases} U_0 = 4 \\ U_{n+1} = \frac{2U_n + 2}{U_n + 3} \end{cases} ; n \in \mathbb{N}$$

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

1. بين أن : $U_n > 1$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1

2. بين أن : $U_{n+1} - U_n = \frac{(1-U_n)(U_n+2)}{U_n+3}$ واستنتج رتبة المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

1.5

3. نضع : $(\forall n \in \mathbb{N}) : V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$

أ- بين أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية و حدد عناصرها.

1.5

ب- حدد صيغة V_n ثم استنتج صيغة U_n بدلالة n .

1.5

ج- أحسب المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$

1

د- استنتج المجموع : $T_n = \frac{3}{U_0+2} + \frac{3}{U_1+2} + \frac{3}{U_2+2} + \dots + \frac{3}{U_{n-1}+2}$

1.5

التمرين 2 (2 نقط)

ليكن ABC مثلث .

نعتبر النقط I و J و K بحيث : $\overrightarrow{BK} = 3\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{JC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{JA}$ و I منتصف القطعة $[AB]$.

2

بين أن المستقيمت (AK) و (BJ) و (CI) متلاقية في نقطة يتم تحديدها .

التمرين 3 (3 نقط)

نعتبر المتتاليتين العدديتين (a_n) و (b_n) المعرفتين بما يلي :

$$b_n = \sum_{k=0}^{2n} \frac{(-1)^k}{2k+1} \quad \text{و} \quad a_n = \sum_{k=0}^{2n+1} \frac{(-1)^k}{2k+1}$$

1. بين أن المتتالية (a_n) تزايدية .

1

2. بين أن المتتالية (b_n) تناقصية .

1

3. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} : b_n > a_n$.

0.5

4- استنتج أن (a_n) مكبورة وأن (b_n) مصفورة .

0.5

التمرين 4 (3 نقط)

نعتبر في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j})$ النقط $A(1, 2\sqrt{3})$ و $B(0, \sqrt{3})$ و $C(1, 0)$

1- احسب $\cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$ و $\sin(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$.

2

2- استنتج قياسا للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right)$.

0.5

3- حدد مساحة المثلث ABC .

0.5

التمرين 5 (3 نقط)

نعتبر في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j})$ النقطتين $A(1, 2)$ و $B(3, 4)$ و I منتصف القطعة $[AB]$.

1- بين أن مهما تكن النقطة M من المستوى: $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{1}{4} AB^2$

0.5

2- لتكن (C) مجموعة النقط M التي تحقق: $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 3$

أ- بين أن (C) دائرة معادلتها الديكارتية: $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0$

0.75

ب- حدد مركز و شعاع الدائرة (C)

0.75

3- نعتبر المستقيم (D) ذو المعادلة: $x - y - 2 = 0$

0.25

أ- احسب مسافة النقطة I عن المستقيم (D)

0.75

ب- استنتج أن المستقيم (D) يقطع الدائرة (C) في نقطتين ثم حدد زوج احدائيتيهما.

التمرين 6 (1 نقط)

لتكن (U_n) متتالية هندسية حدودها غير منعدمة أساسها q .

نضع: $S = \sum_{k=0}^{n-1} U_k$ و $P = U_0 \times U_1 \times U_2 \times \dots \times U_{n-1}$

و $T = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \dots + \frac{1}{U_{n-1}}$

1- أثبت أن: $\frac{S}{T} = U_0^2 q^{n-1}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

0.5

2- برهن أن: $P^2 = \left(\frac{S}{T}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$.

0.5

ملاحظة : نقطة عن الورقة المنظمة و الدقة في الاستدلال

bon courage