

2015-14	فرض 4	الأولى علوم رياضية
التمرين الأول :		
ليكن $\alpha$ من المجال $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ و بحيث $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$		
(1) بين أن $\cos 2\alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ و أن $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$		
(2) أ- بين أن $\cos 3x = \cos x(4\cos^2 x - 3)$		
ب- استنتج أن $\cos 3\alpha = -\cos 2\alpha$		
(3) أ- حل في $\mathbb{R}$ $\cos 3x = -\cos 2x$ ثم استنتج أن $\alpha = \frac{\pi}{5}$		
ب- حل في المجموعة المحادلة :		
$(\sqrt{5}+1)\cos x - \sqrt{10-2\sqrt{5}}\sin x = -2$		
التمرين الثاني :		
نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0 = 0$ و $U_{n+1} = \frac{3}{2+U_n}$		
(1) أحسب $U_1$ و بين أن $0 \leq U_n \leq \frac{3}{2}$ ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )		
(2) نضع $x_n = U_{2n}$ و $y_n = U_{2n+1}$ لكل عدد طبيعي $n$		
أ- بين أن $x_n < 1$ و $y_n > 1$ ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )		
ب- بين أن $x_{n+1} = \frac{6+3x_n}{7+2x_n}$ و $y_n = \frac{3}{2+x_n}$ ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )		
(3) أ- بين أن $x_{n+1} - x_n = \frac{2(1-x_n)(3+x_n)}{7+2x_n}$ ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )		
و استنتج رتبة المتتالية $(x_n)_n$		
ب- استنتج أن المتتالية $(y_n)_n$ تناقصية		
2015-14	فرض 4	الأولى علوم رياضية
التمرين الأول :		
ليكن $\alpha$ من المجال $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ و بحيث $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$		
(1) بين أن $\cos 2\alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ و أن $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$		
(2) أ- بين أن $\cos 3x = \cos x(4\cos^2 x - 3)$		
ب- استنتج أن $\cos 3\alpha = -\cos 2\alpha$		
(3) أ- حل في $\mathbb{R}$ $\cos 3x = -\cos 2x$ ثم استنتج أن $\alpha = \frac{\pi}{5}$		
ب- حل في المجموعة المحادلة :		
$(\sqrt{5}+1)\cos x - \sqrt{10-2\sqrt{5}}\sin x = -2$		
التمرين الثاني :		
نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0 = 0$ و $U_{n+1} = \frac{3}{2+U_n}$		
(1) أحسب $U_1$ و بين أن $0 \leq U_n \leq \frac{3}{2}$ ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )		
(2) نضع $x_n = U_{2n}$ و $y_n = U_{2n+1}$ لكل عدد طبيعي $n$		
أ- بين أن $x_n < 1$ و $y_n > 1$ ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )		
ب- بين أن $x_{n+1} = \frac{6+3x_n}{7+2x_n}$ و $y_n = \frac{3}{2+x_n}$ ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )		
(3) أ- بين أن $x_{n+1} - x_n = \frac{2(1-x_n)(3+x_n)}{7+2x_n}$ ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )		
و استنتج رتبة المتتالية $(x_n)_n$		
ب- استنتج أن المتتالية $(y_n)_n$ تناقصية		