

التمرين الأول 8 نقط

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بما يلي: $U_0 = \frac{1}{2}$ و $U_{n+1} = \frac{3U_n + 2}{U_n + 2}$ لكل n من $\mathbb{N}$ و نضع $V_n = \frac{U_n + 1}{U_n - 2}$ ($\forall n \in \mathbb{N}$):

- (1) أحسب U_1 و U_2 . (0.5 ن)
- (2) أ- بين أن $0 < U_n < 2$ لكل n من $\mathbb{N}$. (1 ن)
ب- أدرس رتبة المتتالية (U_n) . (1 ن)
- (3) أ- بين أن (V_n) متتالية هندسية وحدد عناصرها. (1 ن)
ب- حدد صيغة U_n بدلالة n . (1.5 ن)
- (4) أ- أثبت أن: $|\frac{1}{2}U_n - 2| < \frac{1}{2}|U_{n+1} - 2|$ ($\forall n \in \mathbb{N}$). (1 ن)
ب- استنتج أن: $|\frac{3}{2^{n+1}} - 2| < |U_n - 2|$ ($\forall n \in \mathbb{N}$). (1 ن)
- (5) نضع: $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{3}{U_k - 2}$. حدد S_n بدلالة n . (1 ن)

التمرين الثاني 5 نقط

نعتبر النقطتين $A(2;0)$ و $B(0;2)$ و المستقيم (T) الذي معادلته: $x + y + 2\sqrt{2} = 0$.

- (1) أ- حدد معادلة المستقيم (Δ) واسط القطعة $[AB]$. (1 ن)
ب- تحقق من أن (Δ) عمودي على (T) . (0.5 ن)
ج- تأكد من أن $C(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$ هي نقطة تقاطع (T) و (Δ) . (0.5 ن)
- (2) نعتبر نقطة من المستوى $\Omega(a;b)$. حدد a و b بحيث: $\Omega \in (\Delta)$ و $\Omega A = C\Omega$. (0.5 ن)
- (3) بين أن $x^2 + y^2 - 4 = 0$ هي معادلة الدائرة (C) التي مركزها Ω ومارة من A . (1 ن)
- (4) بين أن (T) مماس للدائرة (C) . (0.5 ن)
- (5) أحسب $\cos(\overline{CA}, \overline{CB})$. (1 ن)

التمرين الثالث 5 نقط

لكل x من $\mathbb{R}$ نضع: $S(x) = \cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x$

- (1) أ- أثبت أنه لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $\frac{1}{2}(2 + \cos 2x + \cos 6x) = \cos^2 x + \cos^2 3x$. (1 ن)
ب- بين أنه لكل x من $\mathbb{R}$: $S(x) = 2\cos x \cos 2x \cos 3x + 1$. (1 ن)
- (2) حل في $[0, \pi]$ المعادلة: $S(x) = 1$. (1.5 ن)
- (3) نضع: $A = \cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{3\pi}{7}$. بين أن $A = \frac{1}{8}$. واستنتج قيمة $S\left(\frac{\pi}{7}\right)$. (1.5 ن)

التمرين الرابع 2 نقط

نعتبر المتتالية $(S_n)_{n \geq 1}$ المعرفة بما يلي: $S_n = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{3 \times 7} + \dots + \frac{1}{n(2n+1)}$

- (1) بين أنه: $\frac{1}{2}S_n = 1 - \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n+1}\right)$. ($\forall n \geq 1$). (1 ن)
- (2) أثبت أن: $1 - \frac{n}{n+1} < \frac{1}{2}S_n < 1 - \frac{n}{2n+1}$. واستنتج أن $(S_n)_{n \geq 1}$ محدودة. (1 ن).