

أولى علوم رياضية	فرض محروس 3	
الدورة 1	2013/01/17	ثانوية أنيس الخاصة

ملاحظة : نقطة عن الورقة المنظمة و الدقة في الاستدلال

<u>التمرين 1 (6 نقط)</u> <u>أسئلة مستقلة</u> (1) بين أن : $\frac{\sqrt{3}}{\sin \frac{\pi}{9}} - \frac{1}{\cos \frac{\pi}{9}} = 4$ (2) بين أن : $\cos^3(x) = \frac{1}{4}\cos(3x) + \frac{3}{4}\cos x$ (3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\cos x - \sqrt{3}\sin x = -1$ (4) حدد $\cos \theta$ و $\sin \theta$ بحيث : $5\cos \theta + 3\sin \theta = 5$ مع $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$	1.5 1.5 1.5 1.5	
<u>التمرين 2 (3 نقط)</u> ليكن ABC مثلث . و I منتصف القطعة $[BC]$. ولتكن E و F نقطتين بحيث : $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$. نعتبر النقطة G مرجح النقط المتزنة $(A;1)$ و $(B;3)$ و $(C;3)$. (1) بين أن المستقيمات (AI) و (BF) و (EC) متلاقية في نقطة وحيدة و حددها. (2) أنشئ الشكل.	2 1	
<u>التمرين 3 (6 نقط)</u> المستوى منسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر النقط : $A\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ و $B\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ و $C\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}; 1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ و $D(-1; -1)$. (1) أحسب المسافتين AB و AC و الجداء السلمي $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. (2) بين أن $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}$ و أن $\sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (3) استنتج طبيعة المثلث ABC . (4) نعتبر المستقيم الذي معادلته : $2mx + (m-1)y + 1 = 0$ (D_m) . أ- حدد قيمة m لكي يكون $(D_m) \perp (AB)$. ب- حدد معادلة المستقيم المار من النقطة D و العمودي على (D_2) . ج- حدد احداثيتي H' المسقط العمودي للنقطة $H(1;0)$ على (D_1) .	1.5 1.5 0.5 0.5 1 1	

التمرين 4 (5 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{2+u_n^2}{2+u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

(1) بين أن : $u_n > 1$ $(\forall n \in \mathbb{N})$: 1

(2) أدرس رتبة (u_n) واستنتج أن $u_n \leq 2$ $(\forall n \in \mathbb{N})$: 1

(3) أثبت أن : $0 \leq u_{n+1} - 1 \leq \frac{2}{3}(u_n - 1)$ $(\forall n \in \mathbb{N})$: 1

(4) استنتج أن : $0 \leq u_n - 1 \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$ $(\forall n \in \mathbb{N})$: 1

(5) نضع : $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} u_k$ $(\forall n \in \mathbb{N})$: بين أن : $S_n \leq n + 3 \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right)$ $(\forall n \in \mathbb{N})$: 0.5

(6) نضع : $T_n = \sum_{k=0}^n 2^k u_k$ $(\forall n \in \mathbb{N})$: بين أن : $T_n \geq 2^{n+1} - 1$ $(\forall n \in \mathbb{N})$: 0.5