

التمرين الأول
التمرين الأول

نعتبر المجموعات $E = \{x = 6p + 1 / p \in \mathbb{Z}\}$ و $B = \{x = 5k' + 2 / k' \in \mathbb{Z}\}$ ، $A = \{x = 2k + 5 / k \in \mathbb{Z}\}$

(1) أ- تحقق أن $27 \in A$. هل $27 \in B$ ؟

ب- بين أن $E \subseteq A$ و $E \not\subseteq B$

(2) حدد التقاطع $A \cap B$

التمرين الثاني
التمرين الثاني

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بما يلي : $U_0 = 0$ ، $U_1 = 1$ و $U_{n+2} = \frac{1}{6}U_{n+1} + \frac{1}{6}U_n$

نضع $W_n = U_{n+1} + \frac{1}{3}U_n$ و $V_n = U_{n+1} - \frac{1}{2}U_n$

(1) أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية و أحسب V_n بدلالة n

ب- بين أن $(W_n)_n$ متتالية هندسية و أحسب W_n بدلالة n

(2) نضع $T_n = \sum_{k=0}^{n-1} U_k$ و $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} W_k$

أ- أحسب S_n بدلالة n

ب- استنتج من السؤال (1) الحد العام U_n بدلالة n

ج- بين أن $T_n = \frac{3}{2} - \frac{3}{10} \left(-\frac{1}{3}\right)^n - \frac{6}{5} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

التمرين الثالث
التمرين الثالث

نعتبر التطبيق f المعرف من المجال $[-1, +\infty[$ نحو $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = x + 1 - 2\sqrt{x+1}$

(1) أ- حل في المجال $[-1, +\infty[$ المعادلة $f(x) = 0$

ب- هل التطبيق f تبايني ؟

(2) تحقق أن $f(x) = (\sqrt{x+1} - 1)^2 - 1$ ثم حدد $f^{-1}([-1, 0])$

(3) أ- بين أن $f(x) \geq -1$ ($\forall x \in [-1, +\infty[$)

ب- هل f تطبيق شمولي ؟

(4) ليكن F قصور التطبيق f على المجال $I = [0, +\infty[$

أ- بين أن F تبايني على المجال I

ب- بين أن F تقابل من I نحو المجال $J = [-1, +\infty[$ و أحسب $F^{-1}(x)$ لكل x من المجال J