الأولى علوم رياضية	فرض رقم 3	2015-14

التمرين الأول(3 نقط و نصف)

نعتبر في المستوى (P) المنسوب إلى معلم متعام ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ النقطة $A(1,2)$

والدائرة (C) معادلتها $x^2+y^2-4x+2y=0$

1) حدد المركز Ω و الشعاع R للدائرة (C)

2) تحقق أن النقطة A خارج الدائرة (C) ثم أعط معادلة المماسين للدائرة (C) و المارين من النقطة A

3) حل مبيانيا النظمة $\begin{cases} y \geq -1+\sqrt{-x^2+4x+1} \\ y \leq 0 \end{cases}$

التمرين الثاني (2 نقط)

ليكن α عدد من $\mathbb{R}-\left\{0,1,\frac{1}{2}\right\}$. ABC مثلث في المستوى (P) و G منتصف القطعة $[BC]$ نعتبر النقطتين E , F بحيث $\overrightarrow{AE}=\alpha\overrightarrow{AB}$ و $(2\alpha-1)\overrightarrow{AF}=\alpha\overrightarrow{AC}$

1) بين أن E مرجح النقطتين $(A,1-\alpha)$; (B,α)

و بين أن B مرجح النقطتين C و G محددا معاملاتهما

2) استنتج أن E , F و G نقط مستقيمية

التمرين الثالث (6 نقط)

نعتبر الدالتين $f(x)=\sqrt{x}$ و $g(x)=\dfrac{-x+1}{x}$

1) أ- أرسم منحنيي الدالتين f و g في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

ب- استنتج مبيانيا أن المعادلة $\sqrt{x}+\dfrac{x-1}{x}=0$ تقبل حلا وحيدا α

2) نضع $F(x)=\sqrt{x}+\dfrac{x-1}{x}$

أ- أعط جدول إشارة $F(x)$ (معللا جوابك)

ب- استنتج أن $\frac{1}{2}\leq\alpha<1$ (جبريا و ليس مبيانيا)

3) لتكن $(U_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة بما يلي : $U_0=\frac{1}{2}$ و $U_{n+1}=\dfrac{1}{1+\sqrt{U_n}}$

أ- بين أن $\frac{1}{2}\leq U_n<1 \quad (\forall n\in\mathbb{N})$

ب- تحقق أن $\alpha=\dfrac{1}{1+\sqrt{\alpha}}$ ثم بين أن $|U_{n+1}-\alpha|\leq\frac{\sqrt{2}}{2}|U_n-\alpha| \quad (\forall n\in\mathbb{N})$

ج- بين بالترجع أن $|U_n-\alpha|\leq\frac{1}{2}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n \quad (\forall n\in\mathbb{N})$

التمرين الرابع (5 نقط و نصف)

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعام ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j})$.

نعتبر النقطتين $A\left(\sqrt{3}+1,1-\sqrt{3}\right)$ و $B(2,2)$

1) تحقق أن $OA=OB=2\sqrt{2}$ و أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$

2) استنتج أن $\left(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}}\right)\equiv\frac{\pi}{3}\ [2\pi]$ و بين أن $\left(\widehat{\vec{i},\overrightarrow{OB}}\right)\equiv\frac{\pi}{4}\ [2\pi]$

3) لتكن C نقطة بحيث $OACB$ معين

أ- بين أن احداثيات C هي $C\left(3+\sqrt{3},3-\sqrt{3}\right)$

ب- بين أن $\left(\widehat{\vec{i},\overrightarrow{OC}}\right)\equiv\frac{\pi}{12}\ [2\pi]$

ج- استنتج أن $\cos\frac{\pi}{12}=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ و $\sin\frac{\pi}{12}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

التمرين الخامس (2 نقط)

ليكن ABC مثلثا في المستوى (P) نضع $AB=c$ ، $BC=a$ و $AC=b$

حدد مجموعة النقط M في كل من الحالتين التاليتين :

1) $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=c^2$

2) $MB^2+MC^2=\frac{15}{2}a^2$