

فرض محروس رقم 2

مادة الرياضيات

المدة: ساعتان

أولى علوم رياضية

التمرين الأول: (4 نقط) سؤالان مستقلان

1- ليكن ABC مثلث و G مركز ثقله و H مرجح النقط المتزنة $(A;1)$ و $(B;3)$ و $(C;-2)$

2 ن

حدد وأنشئ مجموعة النقط M بحيث: $3\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\|=2\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|$

2- ليكن ABC مثلث. نعتبر النقط E و F و G بحيث: $\overrightarrow{EB}=\frac{-1}{5}\overrightarrow{EC}$ و $\overrightarrow{FA}=\frac{-3}{5}\overrightarrow{FC}$ و $\overrightarrow{GB}=\frac{-1}{3}\overrightarrow{GA}$

2 ن

أثبت أن المستقيمات (AE) و (BF) و (CG) متلاقية في نقطة H يتم تحديدها.

التمرين الثاني: (4 نقط)

1- بين أن: $A\Delta\overline{B}=A\Delta B$. لتكن A و B و C ثلاث أجزاء من مجموعة E .

2 ن

2- أثبت أن: $B\subset C \Rightarrow \begin{cases} A\cap B\subset A\cap C \\ A\cup B\subset A\cup C \end{cases}$

2 ن

التمرين الثالث: (7 نقط)

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \rightarrow \sqrt{x^2-x+1}$

نعتبر التطبيق:

1- بين أن: $f(1-x)=f(x) \forall x \in \mathbb{R}$. هل f تبايني؟

1.5 ن

2- أثبت أن: $f(x) \geq \frac{\sqrt{3}}{2} \forall x \in \mathbb{R}$. هل f شمولي؟

2 ن

3- ليكن g قصور f على المجال $I=\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ و h قصور f على المجال $J=\left]-\infty,\frac{1}{2}\right]$

أ- بين أن g تقابل من المجال I نحو المجال $K=\left[\frac{\sqrt{3}}{2};+\infty\right[$ ثم حدد تقابله العكسي g^{-1} .

2 ن

ب- نعتبر التطبيق $\varphi: J \rightarrow I$ $x \rightarrow 1-x$. بين أن: $h = g \circ \varphi$ و استنتج أن h تقابل وحدد h^{-1} .

1.5 ن

التمرين الرابع: (5 نقط)

$h: P(E) \rightarrow P(E)$

$X \rightarrow \overline{X}$

ليكن A و B جزئين غير فارغين من مجموعة E و h تطبيق معرف بما يلي:

1- بين أن التطبيق h تقابل وحدد تقابله العكسي h^{-1} .

1 ن

$g: P(A) \times P(\overline{A}) \rightarrow P(E)$

$f: P(E) \rightarrow P(A) \times P(\overline{A})$

$(X;Y) \rightarrow X \cup Y$

$X \rightarrow (A-X; \overline{A}-X)$

و

ليكن f و g تطبيقين معرفين كما يلي:

2- بين أن $g \circ f = h$.

1 ن

3- أثبت أن g تبايني.

1 ن

4- بين أن g شمولي و استنتج أن f تقابل.

2 ن