

أولى علوم رياضية	فرض محروس 2	
الدورة 1	2012/12/11	ثانوية أنيس الخاصة

ملاحظة : نقطة عن الورقة المنظمة و الدقة في الاستدلال

التمرين 1 (3 نقط) بين أن التطبيق : $f: \begin{cases} [\sqrt{2}; +\infty[\rightarrow]0; \frac{1}{2}[\\ x \rightarrow \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^2} \end{cases}$ تقابل و عرف f^{-1}.	3
التمرين 2 (4 نقط) لتكن E مجموعة غير فارغة . A و B جزئين من E بحيث : $A \cup B = E$ و $A \cap B = \emptyset$ نعتبر التطبيق φ المعرفة بما يلي : $\varphi: P(E) \rightarrow P(A) \times P(B)$ $X \rightarrow (X \cap A; X \cap B)$ 1- بين أن φ تبايني . 2- بين أن φ شمولي . 3- استنتج أن φ تقابل و عرف تقابله العكسي φ^{-1} .	2 1 1
التمرين 3 (3 نقط) حدد جميع التطبيقات f من $\mathbb{R}$ الى $\mathbb{R}$ التي تحقق : $\forall x \in \mathbb{R}: f(x+1) + 2f(1-x) = 3x - 2$.	3
التمرين 4 (6 نقط) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{1+u_n}{\sqrt{2+2u_n^2}}$ لكل n من $\mathbb{N}$ (1) بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}): 1 - u_{n+1} = \frac{(u_n - 1)^2}{\sqrt{2+2u_n^2}(1+u_n+\sqrt{2+2u_n^2})}$ 1.5 (2) بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}): 0 \leq u_n < 1$ 1 (3) بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}): \frac{ 1-u_n }{\sqrt{1+u_n^2}} \leq 1$ واستنتج أن $u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{\sqrt{2}} u_n - 1$ 2 (4) أثبت أن : $(\forall n \in \mathbb{N}): u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n$ 1.5	1.5 1 2 1.5

التمرين 5 (4 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{1}{1+u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) أدرس تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي : $f(x) = \frac{1}{1+x}$.

1.5

2) نضع : $\alpha_n = u_{2n+1}$ و $\beta_n = u_{2n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن المتتالية (α_n) تزايدية و أن المتتالية (β_n) تناقصية. (يمكنك استعمال $f \circ f$)

1.5

ب- بين أن : $\alpha_n \leq \beta_n$: $(\forall n \in \mathbb{N})$

1.5