

2015-14

فرض 2

الأولى علوم رياضية

التمرين الأول

لأن $a < b$ عددان حقيقيان بحيث $0 < a < b$.

$$\begin{cases} U_0 = \frac{a+b}{2} \\ U_{n+1} = a + b - \frac{ab}{U_n} \end{cases}$$

نعتبر المتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي :

(1) أحسب U_1 و برهن أن $a < U_1 < b$

(2) أدرس رتبة المتالية $(U_n)_n$

(3) نظرية . $V_n = \frac{U_n - a}{U_n - b}$ لـ كل عدد طبيعي n .

أ- برهن أن $(V_n)_n$ متالية هندسية أساسها $q = \frac{b}{a}$

ب- أحسب V_n بدالة n ثم برهن أن $V_n = \frac{a^{n+1} + b^{n+1}}{a^n + b^n}$

التمرين الثاني

$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \frac{5U_n - 4}{U_n + 1} \end{cases}$$

لأن $(U_n)_n$ متالية عدديّة معرفة بـ :

-1 برهن أن $U_n > 2$ $\forall n \in \mathbb{N}$

-2 أدرس رتبة المتالية $(U_n)_n$

-3 نظرية . $V_n = \frac{1}{U_n - 2}$ لـ كل $n \in \mathbb{N}$

أ- برهن أن $(V_n)_n$ متالية حسابية و حدد الحد العام V_n بدالة n

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) S_n = \frac{n+10}{3n} \quad (\forall n \in \mathbb{N}^*) S_n = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{U_k}{U_k - 2}$$

سؤال إضافي

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \prod_{k=1}^{n-1} U_k = \frac{n(n+1)}{2n}$$

لأن $(U_n)_{n \geq 1}$ متالية عدديّة و بحيث :

حدد U_n بدالة n لـ كل عدد طبيعي n أكبر أو يساوي 2