

2015-14

فرض 2

الأولى علوم رياضية

### التمرين الأول

ليكن  $a, b$  عددا حقيقيا بحيث  $0 < a < b$ .

$$\begin{cases} U_0 = \frac{a+b}{2} \\ U_{n+1} = a + b - \frac{ab}{U_n} \end{cases} \quad \text{نعتبر المتتالية } (U_n)_n \text{ المعرفة بما يلي :}$$

$$(1) \quad \text{أحسب } U_1 \text{ و بينه أنه } a < U_n < b \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

$$(2) \quad \text{أدرس رتبة المتتالية } (U_n)_n$$

$$(3) \quad \text{نضع } V_n = \frac{U_n - a}{U_n - b} \text{ لكل عدد طبيعي } n.$$

$$\text{أ- بين أنه } (V_n)_n \text{ متتالية هندسية أساسها } q = \frac{b}{a}$$

$$\text{ب- أحسب } V_n \text{ بدلالة } n \text{ ثم بين أنه } U_n = \frac{a^{n+1} + b^{n+1}}{a^n + b^n}$$

### التمرين الثاني

$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \frac{5U_n - 4}{U_n + 1} \end{cases} \quad \text{لكن } (U_n)_n \text{ متتالية عددية معرفة بـ :}$$

$$1- \text{ بين أنه } U_n > 2 \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

$$2- \text{ أدرس رتبة المتتالية } (U_n)_n$$

$$3- \text{ نضع } V_n = \frac{1}{U_n - 2} \text{ لكل } n \in \mathbb{N}$$

$$\text{أ- بين أنه } (V_n)_n \text{ متتالية حسابية و حدد الحد العام } V_n \text{ بدلالة } n$$

$$\text{ب- نضع } S_n = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^{n+10} \frac{U_k}{U_k - 2} \quad (\forall n \in \mathbb{N}^*) \text{ بين أنه } S_n = \frac{n+10}{3n} \quad (\forall n \in \mathbb{N}^*)$$

### سؤال إضافي

$$\text{لكن } (U_n)_{n \geq 1} \text{ متتالية عددية و بحيث : } \prod_{k=1}^{n+1} U_k = \frac{n(n+1)}{2n} \quad (\forall n \in \mathbb{N}^*)$$

$$\text{حدد } U_n \text{ بدلالة } n \text{ لكل عدد طبيعي } n \text{ أكبر أو يساوي } 2$$