فرض رقم 2 | ذ : المانتـــي

التمرين الأول

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين بما يلي : $f(x)=x^2+x$ و $g(x)=\dfrac{x+1}{2x+1}$

الجزء الأول:

1) أعط جدول تغيرات كل من الدالتين f و g

2) أ) بين ان : $f(x)=g(x) \Leftrightarrow (x+1)^2(2x-1)=0$ $\left(x\in\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}\right)$

ب) استنتج نقط تقاطع المنحنيين (C_f) و (C'_g)

3) أرسم في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ المنحنيين (C_f) و (C'_g)

4) لتكن h دالة عددية معرفة بما يلي $h(x)=\dfrac{x^2+x+1}{2x^2+2x+1}$

حدد D_h مجموعة تعريف الدالة h ثم أدرس رتابة الدالة h على المجال $\left]-\infty,-\dfrac{1}{2}\right]$

الجزء الثاني:

لتكن F دالة معرفة على $\mathbb{R}$ و بحيث :

$$\begin{cases} F(x)=g(x) & ; \quad x\le -1 \\ F(x)=f(x) & ; \quad -1<x\le 0 \end{cases}$$

و F فردية

1) أحسب $F(3)$ و $F\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

2) أنجز جدول تغيرات الدالة F على $\mathbb{R}$

3) أرسم منحنى الدالة F في معلم $(O',\vec{i},\vec{j})$

4) حدد تعبير $F(x)$ من أجل x تنتمي إلى المجال $[1,+\infty[$

5) حدد مبيانيا وحسب قيم m عدد حلول المعادلة $F(x)=m$

الجزء الثالث :

نعتبر الدالة G المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} G(x)=f(x) & : \quad 0\le x\le \dfrac{1}{2} \\ G(x)=g(x) & : \quad \dfrac{1}{2}<x<1 \end{cases}$$

و بحيث G دالة دورية دورها $T=1$

1) أحسب $G\left(\dfrac{2017}{4}\right)$ و $G\left(-\dfrac{1209}{3}\right)$

2) أرسم جزء المنحنى للدالة G على المجال $[-1,2[$

3) حدد $G(x)$ من أجل x تنتمي للمجال $\left[2,\dfrac{5}{2}\right]$

التمرين الثاني

ليكن a ، b ، c أعداد حقيقية موجبة قطعا ,

نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=x^3+a^3+b^3-3abx$$

1) أ) بين ان معدل تغيرات الدالة f يكتب : $T=x^2+xy+y^2-3ab$

ب) أدرس رتابة الدالة f على كل من $]0,\sqrt{ab}]$ و $[\sqrt{ab},+\infty[$

2) أ) تحقق ان $f(\sqrt{ab})=(a\sqrt{a}-b\sqrt{b})^2$

ب) استنتج أن $a^3+b^3+c^3\ge 3abc$