

السنة الدراسية: 2014/2013 (مدة الإنجاز 3 ساعات و نصف)	أولمبياد الرياضيات 2015 الفرض الثالث الجمعة 14 فبراير 2014	السنة الأولى علوم رياضية
رياضيات النجاح		

Exercice 1	تمرين 1
Soient p et q deux nombres premiers distincts tels que $p > 2$ et $q > 2$. Montrer que $\left \frac{p}{q} - \frac{q}{p} \right > \frac{4}{\sqrt{pq}}$	ليكن p و q عددين صحيحين طبيعيين مختلفين و أوليين بحيث $p > 2$ و $q > 2$. بين أن : $\left \frac{p}{q} - \frac{q}{p} \right > \frac{4}{\sqrt{pq}}$

Exercice 2	تمرين 2
Trouver tous les couples (x, y) de nombres entiers relatifs qui vérifient le système d'équations : $\begin{cases} x^2 + 11 = y^4 - xy \\ y^2 + xy = 30 \end{cases}$	أوجد جميع الأزواج (x, y) حيث x و y عددان صحيحان نسيبان و يحققان النظام : $\begin{cases} x^2 + 11 = y^4 - xy \\ y^2 + xy = 30 \end{cases}$

Exercice 3	تمرين 3
Soit ABC un triangle tel que $BC = a$, $CA = b$ et $AB = c$. ($a, b, c \in \mathbb{R}_+^*$). Montrer que : $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} = \frac{3}{a+b+c}$ si et seulement si $\hat{A}BC = 60^\circ$	ليكن ABC مثلثا بحيث : $BC = a$ و $CA = b$ و $AB = c$. ($a, b, c \in \mathbb{R}_+^*$) ، بين أن : $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} = \frac{3}{a+b+c}$ إذا وفقط إذا كان $\hat{A}BC = 60^\circ$

Exercice 4	تمرين 4
Soit $ABCD$ un quadrilatère convexe et inscriptible. La médiatrice du segment $[BC]$ coupe le segment $[AB]$ au point E . Le cercle passant par les points E , C et le milieu F du segment $[BC]$ rencontre le côté $[CD]$ au point G . Montrer que : $(AD) \perp (FG)$.	ليكن $ABCD$ رباعي محدب و دائري ، واسط القطعة $[BC]$ يقطع القطعة $[AB]$ في النقطة E . نسمي F منتصف $[BC]$. الدائرة التي تمر من النقط E و C و F تقطع الضلع $[CD]$ في النقطة G . بين أن : $(AD) \perp (FG)$.