

	الفرض الثاني الخاص بالمسنة الأولى بكالوريا علوم رياضية الجمعة 30 نونبر 2012	الجمهورية المغربية  وزارة التربية الوطنية
أولمبياد الرياضيات 2014	ملحوظة هامة: على المترشح(ة) أن يكتب على ورقة التحرير: - اسمه الكامل (بالحروف العربية و بالحروف اللاتينية) تاريخ ميلاده؛ - أسماء المؤسسة والبلدة والنيابة.	مدة الإجازة 3 ساعات
Exercice 1 (R MC) Soient p et q deux nombres réels strictement positifs tels que $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$. Montrer que $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{p(p+1)} + \frac{1}{q(q+1)} < \frac{1}{2}$ et $\frac{1}{p(p-1)} + \frac{1}{q(q-1)} \geq 1$	تمرين 1 ليكن p و q عددين حقيقيين موجبين قطعاً بحيث $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$. بين أن: $\frac{1}{p(p-1)} + \frac{1}{q(q-1)} \geq 1$ و $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{p(p+1)} + \frac{1}{q(q+1)} < \frac{1}{2}$	
Exercice 2 (SAMC): Montrer que pour tout nombre réel $x : x^6 + x^4 - x^3 - x + \frac{3}{4} > 0$	تمرين 2: بين أن المتراجحة $x^6 + x^4 - x^3 - x + \frac{3}{4} > 0$ صحيحة بالنسبة لكل عدد حقيقي x	
Exercice 3 : (Slov MO) Soit P un polynôme de degré 2 avec au moins un coefficient qui n'est pas un entier relatif et tel que: $\forall n \in \mathbb{Z}, P(n) \in \mathbb{Z}$. Montrer que tous les coefficients du polynôme $Q(x) = P(x) - \frac{1}{2}x(x+1)$ appartiennent à $\mathbb{Z}$.	تمرين 3 لتكن P دالة حدودية من الدرجة الثانية بحيث أحد معاملاتها على الأقل ليس بعدد صحيح نسبي و $\forall n \in \mathbb{Z}, P(n) \in \mathbb{Z}$. بين أن جميع معاملات الدالة الحدودية Q المعرفة ب: $Q(x) = P(x) - \frac{1}{2}x(x+1)$ أعداداً صحيحة نسبية.	
Exercice 4(RMC) Soit ABC un triangle à angles aigus avec $AB \neq BC$, M le milieu du côté $[AC]$, N le point où la médiane (BM) rencontre à nouveau le cercle circonscrit au triangle ABC, H l'orthocentre du triangle ABC, D le point sur le cercle circonscrit pour lequel l'angle $\angle BDH = 90^\circ$ et K est le point tel que $ANCK$ un parallélogramme. Montrer que les droites (AC), (KH) et (BD) sont concourantes.	تمرين 4: ليكن ABC مثلثاً زواياه حادة بحيث $AB \neq BC$. النقطة M هي منتصف القطعة $[AC]$ و N هي نقطة الالتقاء الثانية للمتوسط (BM) مع الدائرة المحيطة بالمثلث ABC. نسمي H مركز تعامد المثلث ABC (نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث) و D نقطة من الدائرة المحيطة بالمثلث ABC بحيث $\angle BDH = 90^\circ$ و K نقطة من المستوى بحيث يكون الرباعي $ANCK$ متوازي أضلاع. بين أن المستقيمتين (AC) و (KH) و (BD) تلتقي في نقطة واحدة.	