Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

السنة الأولى علوم رياضية	أولمبياد الرياضيات 2015 الفرض الأول الجمعة 15 نونبر 2013 حلول مقترحة	السنة الدراسية: 2014/2013

تمرين 1 — Exercise 1

نعلم أن : $x_1+x_2=-p$ و $x_1\,x_2=q$

منه: $q-p=x_1.x_2+x_1+x_2$

$$\begin{cases}|q-p|=1\\|x_1-x_2|=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}|x_1.x_2+x_1+x_2|=1\\|x_1-x_2|=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(x_1.x_2+x_1+x_2)^2=1\\(x_1-x_2)^2=1\end{cases}\Rightarrow(x_1.x_2+x_1+x_2)^2-(x_1-x_2)^2=0$$

منه :

$$\Rightarrow(x_1.x_2+2x_1)(x_1.x_2+2x_2)=0\ \Rightarrow\ x_1\,x_2\,(x_1+2)(x_2+2)=0$$

$$\Rightarrow x_1=0\ ou\ x_1=-2\ ou\ x_2=0\ ou\ x_2=-2$$

- إذا كان : $x_1=0$ فإننا نستنتج أن : $\begin{cases}q=0\\|p|=1\\|x_2|=1\end{cases}$ مما يبين أن كل الأعداد المطلوبة صحيحة نسبية
- إذا كان : $x_1=-2$ فإننا نستنتج أن : $|2+x_1|=1$ منه : $x_1=-1$ أو $x_1=-3$ منه : $x_1\in Z$

  و منه: $p=-x_1-x_2=2-x_2\in\{3;5\}\subset Z$ و $q=x_1x_2=-2x_2\in\{2;6\}\subset Z$
- بالمثل (نظرا للتماثل)نجد نفس النتيجة في الحالتين المتبقيتين .

خلاصة: في جميع الحالات نجد أن الأعداد المطلوبة أعداد صحيحة نسبية.

رغم توصلنا لقيم صحيحة للأعداد المطلوبة منذ البداية ($x_1=0\ ou\ x_1=-2\ ou\ x_2=0\ ou\ x_2=-2$)، لكن ذلك لا يعني نهاية الجواب لأن القيم المحصل عليها ليست قيما تأخذها هذه الأعداد في نفس الوقت ، أي أن الرابط ليس "الواو".

تمرين 2 — Exercise 2

$$\begin{cases}x^2-4y+7=0\\y^2-6z+14=0\\z^2-2x-7=0\end{cases}\Rightarrow\ x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+14=0$$

$$\Rightarrow x^2-2x+1+y^2-4y+4+z^2-6z+9=0$$

لدينا:

$$\Rightarrow x^2-2x+1+y^2-4y+4+z^2-6z+9=0$$

$$\Rightarrow(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\\z=3\end{cases}$$

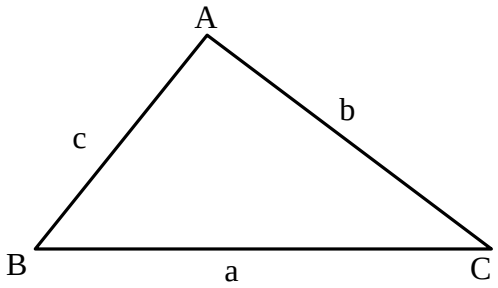
تمرين سهل طبقنا فيه الخاصية " إذا كان مجموع عدة أعداد حقيقية موجبة منعدما فإن كل الأعداد منعدمة"

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

Exercise 3 — تمرين 3

ليكن ABC مثلثا أطوال أضلاعه a و b و c حيث: $a \le 2$ و $b \le 3$ و $c \le 4$



لدينا: $S_{(ABC)} = \frac{1}{2}ab\sin(\hat{C}) \le \frac{ab}{2} \le 3$

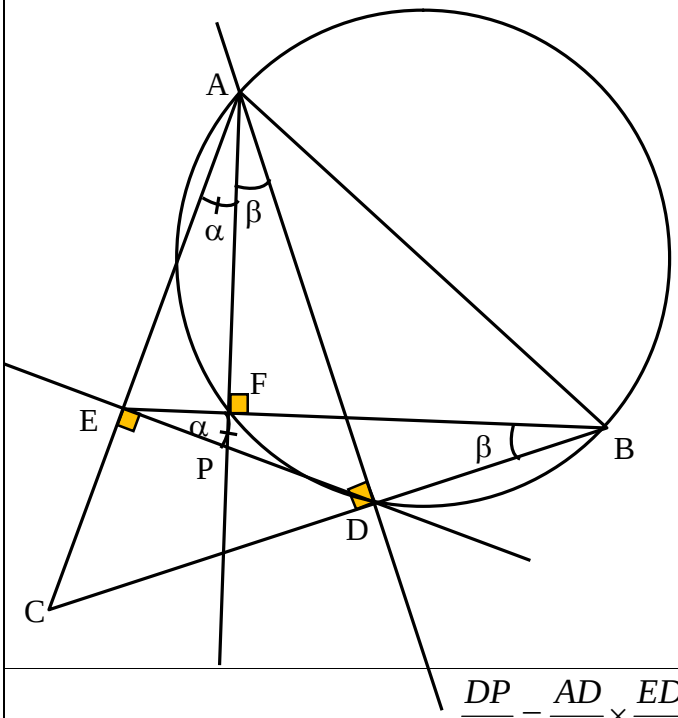
و بأخذنا: $a = 2 \le 2$ و $b = 3 \le 3$ و $c = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13} \le 4$

نحصل على مثلث قائم الزاوية في C تكون مساحته: $S_0 = \frac{ab}{2} = 3$

مما يعني أن المساحة $S_0 = 3$ هي أكبر مساحة ممكنة للمثلث ABC و التي يساويها عندما يكون قائم الزاوية.

استعمال صيغة هيرون يجعل التأطير صعبا و لا يفضي للقيمة القصوية، مع ذلك تبقى هذه الصيغة جد هامة حل التمرين يكمن في أن تجعل المساحة مكبورة بعدد ثم تجد مثلثا يحقق الشروط و تكون مساحته هي هذا العدد.

Exercise 4 — تمرين 4



بداية نضع: $E\hat{A}P = \sim$ و $D\hat{A}P =$

بما أن الرباعي $AFDB$ دائري ، إذن بملاحظة زوايا محيطية تحصر نفس القوس .

فإننا نستنتج أن : $A\hat{F}B = A\hat{D}B = 90°$

و: $F\hat{B}D =$ منه: $F\hat{E}P = 90° - E\hat{P}F = E\hat{A}P = \sim$

الآن لدينا: في المثلثين APD و APE نجد:

$$\frac{EP}{\sin(\sim)} = \frac{AE}{\sin(A\hat{P}E)} \quad \text{و} \quad \frac{DP}{\sin(\ )} = \frac{AD}{\sin(A\hat{P}D)}$$

منه : $\frac{DP}{EP} \times \frac{\sin(\sim)}{\sin(\ )} = \frac{AD}{AE}$

(بقسمة المتساويتين طرفا بطرف)

منه : $\frac{DP}{EP} = \frac{AD}{AE} \times \frac{\sin(\ )}{\sin(\sim)}$

من جهة أخرى في المثلث : $\frac{\sin(\ )}{\sin(\sim)} = \frac{ED}{DB}$ ، منه : $\frac{DP}{EP} = \frac{AD}{AE} \times \frac{ED}{DB} = \frac{AD \times ED}{AE \times DB}$

من جهة أخرى لدينا : $\tan(E\hat{A}D) = \frac{ED}{AE} = \frac{CD}{AD}$ منه : $ED \times AD = CD \times AE$

بالتالي: $\frac{DP}{EP} = \frac{AD \times ED}{AE \times DB} = \frac{CD \times AE}{AE \times DB} = \frac{CD}{DB}$

الحلول المقترحة هي حلول شخصية و ليست حلولا رسمية

Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع