ROTATION D'UN SOLIDE AUTOUR D'UN AXE FIXE

I - Définition du mouvement de rotation autour d'un axe fixe.

1 - Définition

Un solide possède un mouvement de rotation autour d'un axe fixe si le mouvement de chacun de ses points est un cercle centré sur l'axe de rotation.
exemple : roue de vélo par rapport à son axe de rotation

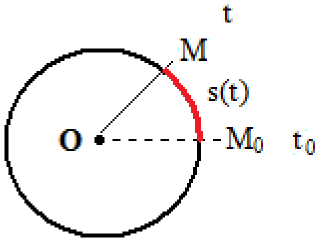
2 - Caractéristiques du mouvement

tous les points du solide situés sur l'axe de rotation sont immobiles
tous les autres points du solide décrivent des arcs de cercle centrés sur l'axe de rotation.
Donc chaque point d'un solide en rotation autour d'un axe fixe a une trajectoire circulaire.

II - Repérage d'un point mobile en rotation

1 - Abscisse curviligne

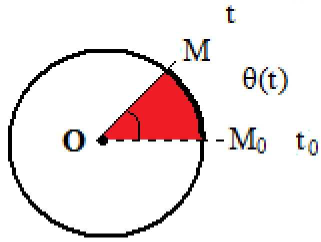
Soit M un point quelconque choisi sur le cercle trajectoire. On oriente la trajectoire dans un sens arbitraire. La position du mobile est repérée par son abscisse curviligne : s(t) = arc algébrique $\widehat{M_0M}$



Unité de l'abscisse curviligne est le mètre (m)

2 - Abscisse angulaire

On peut aussi repérer la position du mobile sur le cercle trajectoire par la donnée de l'angle θ(t) orienté au centre du cercle : $\theta(t) = (\widehat{OM_0\,;\,OM})$ en



Unité de l'abscisse angulaire est le radian (rad)

3 - Relation entre abscisse curviligne et abscisse angulaire :

Il existe une relation géométrique simple entre abscisse curviligne et abscisse angulaire : $s(t) = R.\theta(t)$ tel que R le rayon de la trajectoire circulaire

III - Vitesse d'un solide en rotation

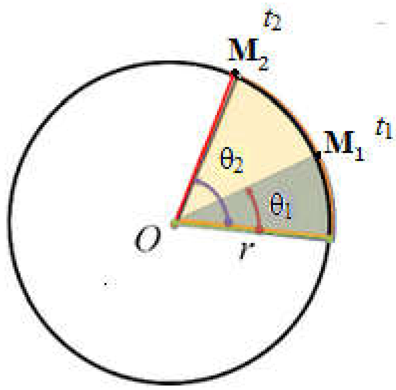
1 -Vitesse angulaire

1-1- Vitesse angulaire moyenne

Soit M un point du solide décrit un mouvement circulaire centré sur l'axe (Δ) de centre O

- à l'instant t_1 la position du point M est noté M_1
- à l'instant t_2 la position du point M est noté M_2

Au cours de la durée $\Delta t = t_2 - t_1$ le point M parcours l'arc $\widehat{M_1M_2}$ et le solide tourne d'un angle $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$



On appelle vitesse angulaire moyenne le quotient de l'angle $\theta_2 - \theta_1$ dont a tourné le point M par le temps $t_2 - t_1$ mis pour effectuer cette rotation
Par définition la vitesse angulaire moyenne du point M est donnée par la relation : $\omega_m = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$
Unité de la vitesse angulaire dans SI : rad/*s*

1-2- Vitesse angulaire instantané

La vitesse angulaire instantanée d'un solide à la date t se définit comme la vitesse angulaire moyenne du solide pendant une brève durée autour de la date t. $\omega_t = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ (pratiquement en encadrent l'instant t entre deux instants t_{i-1} et t_{i+1} très proches)

Remarque

la vitesse angulaire ω est la même pour tous les points du solide en rotation et qui est donc la vitesse angulaire du solide en rotation.

2 - Vitesse linéaire

La vitesse linéaire (vitesse tangentielle) du point M à l'instant t est le quotient de la longueur de l'arc M_1M_2 de son parcours par la durée Δt correspondante : $v_t = \frac{M_1\,M_2}{t_2 - t_1}$

Remarque

Si Δt est grand, on a les vitesses moyennes, si Δt est petit on a les vitesses instantanées.

3 - Relation entre vitesse angulaire et vitesse d'un point.

Pour un point M d'un solide en rotation autour d'un axe fixe, situé à une distance R de l'axe de rotation, la distance parcourue pendant une durée $\Delta t = t_2 - t_1$ est M_1M_2 avec $\Delta s = M_1M_2 = R.\Delta\theta$

Donc $v = \frac{M_1\,M_2}{t_2 - t_1} = \frac{R.\Delta\theta}{t_2 - t_1} = R.\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ et comme $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ alors $v = R\omega$

IV-Mouvement de rotation uniforme

1 – Définition d'un mouvement circulaire uniforme

Un solide est en mouvement de rotation uniforme si :

- Tout les point M appartenant au solide décrit une trajectoire circulaire
- La vitesse angulaire ω est constante.

2 - Equation horaire d'un mouvement circulaire uniforme

Considérons un point M ayant un mouvement circulaire uniforme de centre O, rayon R et de vitesse v. Le point M a une vitesse angulaire ω constante, on peut donc en déduire l'expression de l'angle θ(t) formé par le vecteur $\overrightarrow{OM}$ et l'axe (Ox) en fonction du temps :c'est l'equation horaire

L'équation horaire de l'abscisse angulaire du mouvement de rotation uniforme est :

$\theta(t) = \omega.t + \theta_0$

Avec : ω : vitesse angulaire

θ_0 : est l'angle initial à t=0.

L'équation horaire de l'abscisse curviligne est :

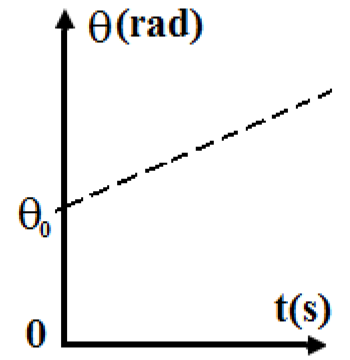
$s(t) = V.t + s_0$

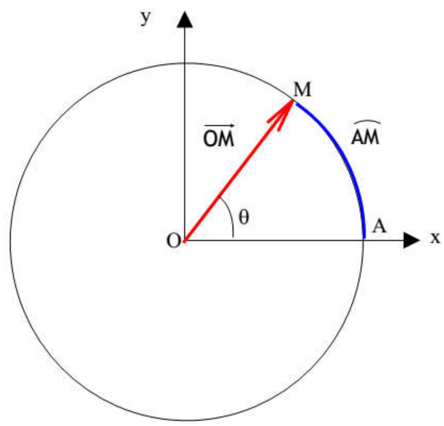
Avec : $s(t)$ l'abscisse curviligne de A à l'instant t ,

V la vitesse linéaire

s_0 , l'abscisse curviligne à t=0

ou





3 - Les propriétés d'un mouvement circulaire uniforme

Si le mouvement de rotation est uniforme (ω est constante), le mouvement est périodique car la durée mise pour effectuer un tour est constante.

3- 1- La période

La période T d'un mouvement de rotation uniforme est égale à la durée d'un tour.

Si $\Delta\theta = 2\pi$ rad (1 tr), alors $\Delta t = T$ donc $\omega = \frac{2\pi}{T}$ et alors $T = \frac{2\pi}{\omega}$ avec T en s et ω en $rad.s^{-1}$.

3- 2- La fréquence

La fréquence f d'un mouvement de rotation uniforme est le nombre des périodes par seconde donc le nombre de tour par seconde.

$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ ce qui donne également $\omega = 2\pi f$ avec f en hertz (Hz).

Remarque

On parle parfois de fréquence de rotation ou vitesse de rotation exprimée en $tr.s^{-1}$ ou en $tr.min^{-1}$ ce qui en réalité est une vitesse angulaire. ($1\,tr.min^{-1} = \frac{2\pi}{60}\,rad.s^{-1}$ et $1\,tr.s^{-1} = 2\pi\,rad.s^{-1}$).