

## TD-Géométrie analytique de l'espace SERIE D'EXERCICES D'APPLICATIONS

**Exercice1:** Soient  $B(\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  une base de  $V_3$   
 $\vec{u}(1; -1; 2)$  et  $\vec{v}(-2; 2; -4)$  et  $\vec{w}(1; 1; 2)$

- 1) étudier la colinéarité des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$
- 2) étudier la colinéarité des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{w}$   
 $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires

**Exercice2 :** Soit l'espace  $(\mathcal{E})$  muni d'un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ; et considérons les points

$A(1; 2; 1)$  et  $B(2; 1; 3)$  et  $C(-1; 4; -3)$  et  $D(2; 3; 3)$

1. étudier l'alignement des points  $A$ ,  $B$  et  $C$
2. étudier l'alignement des points  $A$ ,  $B$  et  $D$

**Exercice3:**  $B(\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  une base et Soient  $\vec{u}(2; -4; 3)$  et  $\vec{v}(-1; 1; 2)$  et  $\vec{w}(3; 1; -1)$   
Trois vecteurs

Est-ce que les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  sont coplanaires ?

**Exercice4 :** Considérons les vecteurs  $\vec{u}(2m+1; 3; 2-m)$  et  $\vec{v}(-1; 2; 3)$  et  $\vec{w}(-3; 1; 2)$   
déterminer le réel  $m$  pour que les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  soient coplanaires.

**Exercice5 :** Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  le système :

$$\begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ x - y + 3z = 3 \\ -x + 2y + z = -1 \end{cases}$$

**Exercice6 :** soit la droite  $(D)$

de représentation  $\begin{cases} x = -3 + 2k \\ y = -k \\ z = 4 + 4k \end{cases} (k \in \mathbb{R})$ :

- 1) Est ce que  $B(3; 2; 5)$  appartient à  $(D)$  ?
- 2) déterminer un point de la droite  $(D)$  et un vecteur directeur de  $(D)$

**Exercice7 :** soient les points  $A(-1; 1; 0)$

et  $B(2; -1; 1)$  et  $C(0; -1; 2)$

- 1) Déterminer deux équations cartésiennes de la droite  $(AB)$

2) Est-ce que point  $C(0; -1; 2) \in (AB)$  ?

**Exercice8 :** soit la droite  $(D)$  définie par les deux équations cartésiennes :

$$\frac{2x-1}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{3-4z}{4}$$

- 1) déterminer un point et un vecteur directeur  $\vec{u}$  de la droite  $(D)$
- 2) déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(D)$

**Exercice9 :** déterminer une représentation paramétrique du plan passant par les points :  $A(2; -1; -3)$  et  $B(0; 1; 4)$  et  $C(-3; 0; 0)$

**Exercice10 :** déterminer les coordonnées d'un point du plan  $(P)$  ainsi que les coordonnées de deux vecteurs directeurs du plan suivant définit par une représentation paramétrique :

$$(P) \begin{cases} x = 3 + 2t - 4s \\ y = 2 + t - s \\ z = 5t - 5s \end{cases}$$

**Exercice11 :** Déterminer l'équation cartésienne du plan  $P(A; \vec{u}; \vec{v})$  qui passe par  $A(1; -3; 1)$  et de vecteurs directeurs  $\vec{u}(-2; 4; 1)$  et  $\vec{v}(-1; 0; 2)$

**Exercice12 :** Soient les droites  $(D_1)$  et  $(\Delta_1)$  de représentations paramétriques respectives

$$(D_1) \begin{cases} x = -2 + k \\ y = 2 - 2k \\ z = 4 + k \end{cases} (\Delta_1) \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases} (k, t \in \mathbb{R})$$

Etudier la position relatif de  $(\Delta_1)$  et  $(D_1)$

**Exercice13 :** Soient les droites  $(D_2)$  et  $(\Delta_2)$  de représentations paramétriques respectives

$$(D_2) \begin{cases} x = 1 + k \\ y = -2 - k \\ z = 2 + 3k \end{cases} (\Delta_2) \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases} (k, t \in \mathbb{R})$$

Etudier la position relatif de  $(D_2)$  et  $(\Delta_2)$

**Exercice14 :** Soient les droites  $(D_3)$  et  $(\Delta_3)$  de représentations paramétriques respectives

$$(D_3) \begin{cases} x = 1+k \\ y = -2 \\ z = 2-1k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}) \quad (\Delta_3) \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 \\ z = 3-2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Etudier la position relatif de  $(D_3)$  et  $(\Delta_3)$

**Exercice15 :** L'espace est muni d'un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ .

Soient les droites  $(D_3)$  et  $(D_4)$  de représentations paramétriques respectives

$$(D_3) \begin{cases} x = k-3 \\ y = -k+3 \\ z = 2 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}) \quad (D_4) \begin{cases} x = -2t+1 \\ y = 2t-1 \\ z = 2 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Etudier la position relatif de  $(D_3)$  et  $(D_4)$

**Exercice16 :** Soient les droites  $(D)$  et  $(D')$  de représentations paramétriques respectives :

$$(D) \begin{cases} x = k \\ y = 1-k \\ z = 3-2k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}) \quad (D') \begin{cases} x = 2+6k' \\ y = -3-12k' \\ z = 4+3k' \end{cases} \quad (k' \in \mathbb{R})$$

Etudier la position relatif de  $(D)$  et  $(D')$

**Exercice17 :** Soient la droite  $(D_1)$  de

représentations paramétrique  $(D_1) \begin{cases} x = -4t+2 \\ y = 2t-1 \\ z = 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

et le plan  $(P_1)$  d'équation cartésienne:

$$(P_1): 3x + 2y + z + 1 = 0$$

Etudier la position relatif de  $(D_1)$  et  $(P_1)$

**Exercice18 :** Soient la droite  $(D_2)$  de

représentations paramétrique

$$(D_2) \begin{cases} x = -4+5t \\ y = -1-2t \\ z = -3+t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

et le plan  $(P_2)$  d'équation cartésienne:

$$(P_2): x + 3y + z + 4 = 0$$

Etudier la position relatif de  $(D_2)$  et  $(P_2)$

**Exercice19 :**

L'espace est muni d'un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

Soient deux plans  $(P)$  et  $(P')$  d'équations cartésiennes:

$$(P): 2x + y - z + 2 = 0 \quad \text{et} \quad (P'): 3x + y + 4z - 1 = 0$$

Etudier la position relatif de  $(P)$  et  $(P')$

**Exercice20 :**

L'espace est muni d'un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

Soient deux plans  $(Q)$  et  $(Q')$  d'équations cartésiennes:

$$(Q): (1-\sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2}y + z - \sqrt{2} = 0 \quad \text{et}$$

$$(Q'): (\sqrt{2}-2)x - y + \sqrt{2}z - 2 = 0$$

Etudier la position relatif de  $(Q)$  et  $(Q')$

**Exercice21 :** Soient les plans  $(P)$  et  $(Q)$  d'équations cartésiennes respectives :

$$(P): x - y - 3z - 2 = 0 \quad (Q): 2x + y + z - 1 = 0$$

Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(D)$  intersection de  $(P)$  et de  $(Q)$ .

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices  
Que l'on devient un mathématicien

